

VO

Flexibel
examineren bij
wiskunde



Flexibel examineren bij wiskunde

De (on)mogelijkheden voor leerlingen
om op een hoger niveau examen te doen

Cito

Madelon Groenheiden, Mariëlle Kruithof en Jos Remijn
Onder redactie van Twan Huijbers

Colofon

Opmaak: Media Support

Foto omslag: Gijs Versteeg

© Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling Arnhem (2022)

Alle rechten voorbehouden. Niets uit dit werk mag zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling worden openbaar gemaakt en/of verveelvoudigd door middel van druk, fotokopie, scanning, computersoftware of andere elektronische verveelvoudiging of openbaarmaking, microfilm, geluidskopie, film- of videokopie of op welke wijze dan ook.

Inhoud

1	Inleiding	8
1.1	Huidige situatie	8
1.2	Probleemanalyse	9
1.3	Probleemdefinitie	9
1.4	Onderzoeksdoelstelling	9
1.5	Conceptueel model	9
1.6	Onderzoeksmodel	10
1.7	Onderzoeksvragen	10
2	Theoretisch kader	14
2.1	Examenreglement	14
2.2	Eerdere onderzoeken	15
2.3	Conclusie	19
3	Methodologie	22
3.1	Onderzoeksmethode	22
4	Resultaten en analyse	24
4.1	Syllabi, eindtermen en exameneisen	24
4.1.1	Analyse examenprogramma's vmbo-bb, -kb en -gt	25
4.1.2	Van vmbo-gt naar havo	29
4.1.3	Analyse van het wiskundeprogramma van havo naar vwo	30
4.1.3.1	Analyse van havo wiskunde A naar vwo wiskunde A	18
4.1.3.2	Analyse van havo wiskunde A naar vwo wiskunde C	22
4.1.3.3	Analyse van havo wiskunde B naar vwo wiskunde B	26
4.2	Tijdsinvestering	43
4.3	Deelconclusie	44
5	Conclusie	46
6	Aanbevelingen en discussie	48
7	Bibliografie	52

Samenvatting

In het voortgezet onderwijs mogen leerlingen voor een of meerdere vakken examens op een hoger niveau afleggen. Bij een voldoende resultaat op het eindexamen krijgen de leerlingen een vermelding op het diploma. Sinds het schooljaar 2017-2018 kunnen leerlingen bij een onvoldoende resultaat gebruikmaken van een terugvaloptie in het tweede tijdvak.

Uit de examenmonitor 2019 (DUO, 2020) blijkt dat in de praktijk maar weinig leerlingen examens doen op een hoger niveau. Binnen het vmbo komt flexibel examineren het meest voor in de leerwegen bb en kb: in 2019 deed 8,7% van de vmbo-bb-leerlingen examens in een of meerdere vakken op vmbo-kb-niveau. Slechts 0,10% van de vmbo-gt-leerlingen deed examens op havoniveau en 1,2% van de havoleerlingen sloot voor een of meerdere vakken examens af op vwo-niveau.

Om in kaart te brengen hoe het examensysteem in de toekomst flexibeler gemaakt kan worden, onderzoekt Stichting Cito de mogelijke inhoudelijke belemmeringen voor leerlingen om examens te doen op een hoger niveau bij wiskunde. Hiertoe zijn de examensyllabi voor vmbo, havo en vwo met elkaar vergeleken. Uit deze analyse ontstaat een beeld van de investering die van een leerling gevraagd wordt om zich de extra vakinhoud eigen te maken, zodat examens op een hoger niveau haalbaar wordt. Aan de hand van inschattingen van docenten is een globale indicatie gegeven van de verwachte extra tijdsinvestering.

Uit de analyses volgt dat hoe hoger het niveau, hoe meer kennis en vaardigheden worden verwacht van de leerling. Daarnaast zijn de syllabi van enerzijds vmbo en anderzijds havo en vwo niet op elkaar afgestemd. Docenten en toetsdeskundigen schatten in dat voor wiskunde een forse tijdsinvestering van de leerling wordt verwacht, waardoor het nagenoeg onhaalbaar is voor een leerling om voor wiskunde examens te doen op een hoger niveau.

1 Inleiding

1 Inleiding

1.1 Huidige situatie

In dit onderzoek worden resultaten gedeeld van een analyse met betrekking tot het flexibel examineren binnen het voortgezet onderwijs. Onder 'flexibel examineren' wordt in dit onderzoek verstaan dat een leerling een of meerdere vakken op een hoger niveau afsluit dan het geëigende niveau, bijvoorbeeld dat een leerling die een vmbo-examen aflegt, dit voor een vak op havoniveau doet. Flexibel examineren is daarmee iets anders dan leerlingen die na hun middelbare school besluiten om op een hoger niveau in te stromen en die opleiding te volgen. Flexibel examineren leidt tot meer maatwerk in het onderwijs en in examinering. De afgelopen jaren is deze mate van flexibilisering toegenomen door onder andere de mogelijkheid tot:

- vakken op een hoger niveau afsluiten en een vermelding op het diploma
- examen doen in het voorlaatste leerjaar
- vermelding van extra vakken in een plusdocument
- examen doen in extra vakken (eventueel op een ander niveau)

Naast de hiervoor genoemde mogelijkheden heeft de VO-raad de ambitie gelanceerd van een maatwerkdiploma. De kern van deze ambitie is dat een leerling vakken op verschillende niveaus kan afronden (zowel hoger als lager) en dat dit zichtbaar wordt gemaakt op het diploma. Momenteel kan een leerling op meerdere niveaus examens doen en bepaalt het laagste niveau de waarde van het diploma.

Het CPB concludeert in een studie uit 2022 dat scholen in het voortgezet onderwijs (vo) sterk verschillen in het aantal leerlingen dat na het behalen van het eerste diploma doorstroomt naar een hoger onderwijsniveau in het vo, het zogenoemde 'stapelen'. Volgens het CPB is dit in grote mate afhankelijk van op welke school de leerling zit. *"Ook lijkt het tussen 2007 en 2019 voor leerlingen niet makkelijker te zijn geworden om meerdere diploma's te halen in het vo"* (CPB, stapelen in het voortgezet onderwijs, 2022). Het CPB (2022) concludeert: *"Zo moeten vmbo-t-leerlingen nu al vroeg beslissen of ze willen stapelen, omdat ze dan een extra vak moeten volgen. Daarnaast doen havoleerlingen examen in zeven vakken, tegenover acht op het vwo. Tevens is wiskunde niet verplicht in het havoprofiel cultuur en maatschappij, terwijl wiskunde op het vwo deel uitmaakt van elk profiel. Scholen noemen de afstemming tussen de profielen of het vakkenpakket dan ook als een van de belangrijkste knelpunten voor de overgang van havo naar vwo."* (Oberon, Terecht overstaprecht, 2018)

Aan de andere kant attendeert een team van hoogleraren, schoolleiders en docenten op de fundamentele kritiek op het idee van een Maatwerkdiploma van de Onderwijsraad (Maatwerk binnen wettelijke kaders, 2015), de reserves in het SEO-rapport (VO-diploma met vakken van verschillend niveau, 2020) en de voorziene praktische problemen en een expliciete afwijzing door de minister in een Kamerbrief van 18 april 2019 op het maatwerkdiploma.

Met name het argument van kansenongelijkheid tegengaan is volgens dit Red-team te weerleggen: *"In deze leeftijdsfase overzien de meeste leerlingen alleen de kortetermijnconsequenties en kiezen ze vaak de weg van de minste weerstand"* (Jolles, Het tienerbrein. Over de adolescent tussen biologie en omgeving, 2017). *Om deze reden valt te verwachten dat juist leerlingen met ouders in achterstandssituaties eerder onverstandige keuzes zullen maken, omdat hun ouders weinig weerwerk kunnen bieden. Dit is uit het oogpunt van kansengelijkheid uiteraard onwenselijk."* (Red-team, 2022)

Door de inrichting van het huidige voortgezet onderwijs in zes verschillende leerwegen/ schoolsoorten met verschillende (dubbel)profielen, zijn er meer dan 50 verschillende diploma's te behalen. Met andere woorden: ieder argument voor flexibilisering van de eindexamens leidt tot eenzelfde argumentatie om niet nog meer maatwerk te bieden. Deze discussie wordt in dit onderzoek opgenomen, omdat het belangrijk is te weten dat deze discussies plaatsvinden.

Deze analyse kijkt enkel naar de werklast van de leerling voor het vak wiskunde als een leerling besluit om examen te doen op een hoger niveau. In welke mate een verdere flexibilisering wenselijk is, komt in deze analyse niet aan de orde. Wel wordt er in de conclusie aan gerefereerd.

1.2 Probleemanalyse

Centrale toetsing en examinering (toetsing van de einddoelen van een opleiding) maken al lange tijd deel uit van het Nederlandse onderwijs. Deze gestandaardiseerde vorm van toetsing vormt daarmee een ijkpunt voor leerlingen, leraren en vervolgonderwijs. Volgens de VO-raad is meer flexibiliteit nodig, meer ruimte voor diepgang en meer aandacht voor vaardigheden en brede vorming (VO-raad, 2018). In 2019 pleitte de VO-raad voor herijking van de centrale examens, zodanig dat leerlingen flexibeler examen kunnen doen in een of meerdere vakken met betrekking tot het tijdstip en het niveau van het examen (VO-raad 2019). Stichting Cito onderzoekt deze ontwikkeling door te onderzoeken of een flexibeler examen mogelijk is binnen de huidige examenprogramma's en syllabi.

1.3 Probleemdefinitie

Stichting Cito analyseert de mogelijkheden om voor wiskunde examen te doen op een hoger niveau, gegeven de huidige examenopzet en de wettelijke kaders. In dit onderzoek wordt flexibel examineren enkel bekeken vanuit de invalshoek of het mogelijk is om examen te doen op een hoger niveau, waarbij gekeken wordt welke mogelijke problemen ontstaan bij leerlingen als het gaat om de hogere niveaus, extra tijdsinvestering of organisatorische zaken.

1.4 Onderzoeksdoelstelling

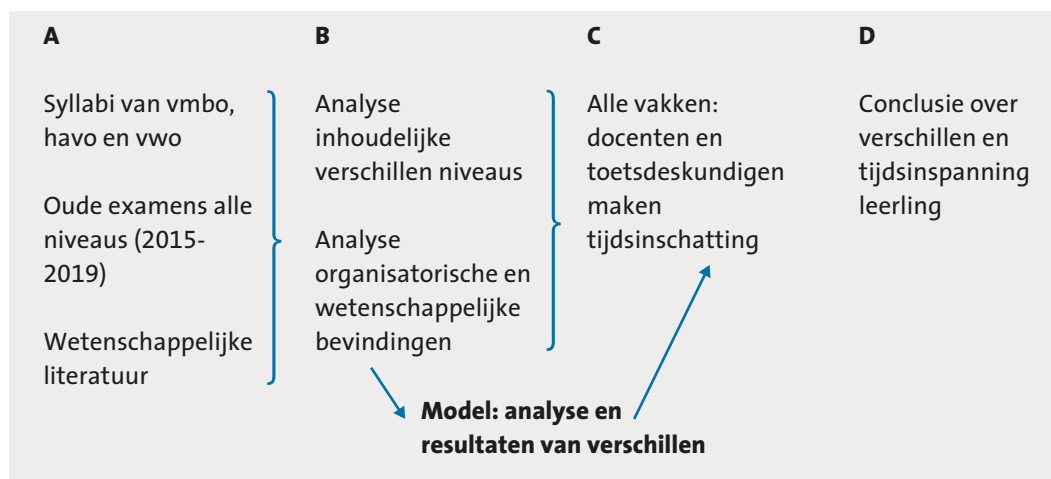
Het doel van dit onderzoek is om in kaart te brengen hoe het examensysteem in de toekomst flexibeler gemaakt kan worden, door onderzoek te doen naar de mogelijke inhoudelijke belemmeringen voor leerlingen om examen te doen op een hoger niveau bij wiskunde. Uit deze analyse ontstaat een beeld van de investering die van een leerling gevraagd wordt om zich de extra vakinhoud eigen te maken, zodat examen doen op een hoger niveau haalbaar wordt.

1.5 Conceptueel model

Het conceptueel model schetst het perspectief van dit onderzoek. Door alle inhoudelijke verschillen van de vakken van de verschillende leerniveaus in kaart te brengen, kan een eenduidig beeld worden geformuleerd van de extra tijdsinvestering die van een leerling wordt gevraagd om een examen te doen op een hoger niveau. De hypothese is dat deze analyse daarin duidelijkheid verschaft voor leerlingen, docenten en schoolleiders, hetgeen een positief effect kan hebben op het aantal leerlingen dat deze flexibele route zou willen doorlopen.

1.6 Onderzoeksmodel

Uit het conceptuele model wordt onderstaand onderzoeksmodel afgeleid (zie figuur 1). Hierbij wordt gebruikgemaakt van een deskresearch waarbij meerdere bronnen en invalshoeken worden gecombineerd met wetenschappelijke literatuur (A) en eerdere onderzoeken. Na een analyse van al deze data (B) worden toetsdeskundigen en docenten uit het veld gevraagd (C) om deze analyses te controleren en een oordeel te vellen, waarna er een conclusie kan worden getrokken naar aanleiding van de gehele analyse (D).



Figuur 1 Onderzoeksmodel

1.7 Onderzoeksvragen

De centrale vraag luidt: Wat zijn de (on)mogelijkheden voor leerlingen om op een hoger niveau (dan het geëigende niveau) examen te doen voor wiskunde?

Daaruit volgen de volgende deelvragen:

- 1 Welke inhoudelijke verschillen tussen de niveaus bestaan er op basis van de afzonderlijke syllabi?
- 2 Zijn deze verschillen met name door een hoger aantal concepten of ook de hogere vaardigheid van overlappende concepten?
- 3 In hoeverre komen deze verschillen tot uiting in de centrale examens, en kunnen deze examens daarmee extra informatie verschaffen over de hogere vaardigheid die van een leerling wordt gevraagd?
- 4 Welke verschillen zijn er in eerdere wetenschappelijke onderzoeken al geconstateerd?
- 5 Welke extra tijdsinvestering wordt er van een leerling gevraagd als de leerling examen wil doen op een hoger niveau? En daaruit afgeleid: is dit haalbaar?
- 6 Welke organisatorische aspecten kunnen worden onderscheiden in de examenstructuur of op scholen met betrekking tot het examen doen op een hoger niveau?

- 7 Om deze vragen te beantwoorden is eerst een literatuurstudie uitgevoerd (zie hoofdstuk 2). Daarna is er per vak een inhoudelijke analyse gedaan door de syllabi (en eventueel oude examens) met elkaar te vergelijken om van daaruit per domein aan te kunnen geven waar de inhoudelijke verschillen in concepten en vaardigheden zitten.

2 Theoretisch kader

2 Theoretisch kader

Stichting Cito analyseert de mogelijkheden om voor wiskunde examens te doen op een hoger niveau, gegeven de huidige examenopzet en de wettelijke kaders. In dit onderzoek wordt flexibel examineren enkel bekeken vanuit de invalshoek of het mogelijk is om examens te doen in een of meerdere vakken op een hoger niveau. Momenteel is het wettelijk gezien niet mogelijk om examens te doen in een vak op een lager niveau dan het geëigende niveau. In de analyse wordt deze optie daarom niet verder onderzocht. In dit hoofdstuk worden eerst de wettelijke kaders onderzocht. Is het voor de leerling haalbaar om binnen de huidige kaders en regelgeving examens te doen in een vak op een hoger niveau? Wat vraagt dit van een leerling? Daarna worden eerdere onderzoeken over flexibilisering en maatwerk geanalyseerd om tot een kader te komen van de (on)mogelijkheden rondom een flexibel examen.

2.1 Examenreglement

Om te slagen zijn er regels voor compensatie van een lager cijfer door een hoger cijfer, maar het schoolniveau en daarmee het diploma dat behaald kan worden, liggen al vast. Vanaf 2018 wordt op het diploma vermeld dat een leerling een vak op een hoger niveau heeft afgesloten. Indien de leerling het examen niet haalt, kan de leerling alsnog examens doen in dat vak op het eigen niveau. Dit is de terugvaloptie. De leerling doet dan alsnog examens in het tweede tijdvak op het geëigende niveau. Daarbij heeft de leerling nog steeds recht op een herkansing.

Als de leerling na het afronden van het eindexamen doorstroomt naar het hogere middelbare schoolniveau, krijgt deze leerling vrijstelling voor de vakken die al op dat niveau zijn afgerond. (Staatscourant 2017 nr. 53354). Leerlingen kunnen examens doen in extra vakken boven op hun minimale vakkenpakket en kunnen eventueel daarin een vak op een hoger niveau afsluiten. Het eindcijfer voor extra vakken wordt op dezelfde manier berekend als voor de andere examenvakken. Deze extra vakken tellen mee om de uitslag van het examen te bepalen, met de restrictie dat het er nooit toe kan leiden dat een leerling op de extra vakken zakt. Immers, een leerling kan dan het extra vak laten vallen, waardoor het vak geen rol speelt in de uitslagbepaling.

Naast het examen doen op een hoger niveau, kunnen leerlingen ook extra vakken volgen op een lager niveau, bijvoorbeeld een praktijk- of beroepsgericht vak van het vmbo. Deze vakken tellen niet mee in de uitslagbepaling. Het behaalde cijfer wordt niet op de cijferlijst vermeld. Meestal worden deze extra inspanningen vermeld op een plusdocument dat bij het diploma en de cijferlijst wordt gevoegd.

Vanwege de terugvaloptie is het voor leerlingen mogelijk om zonder consequenties te proberen een examen op een hoger niveau af te sluiten. Voor de school betekent dit een extra inspanning. Wanneer een leerling een vak op een hoger niveau afsluit, dient het Programma van Toetsing en Afsluiting (PTA) gewijzigd te worden. Iedere leerling moet zijn voorzien van een PTA waarin zijn/haar weg naar het te maken centraal examen wordt behandeld, inclusief de schoolexamens. De VO-raad (programma van toetsing en afsluiting, 2020) schrijft hierover: *“Wijzigingen in de ‘normale gang van zaken’ van het PTA moeten worden besproken met de betrokken docenten, leerlingen en ouders, en moeten worden goedgekeurd door de medezeggenschapsraad. Daarnaast moet bij DUO worden gemeld dat de leerling een vak een jaar eerder zal afsluiten (door vervroegd examen in een voorexamenjaar). Ook moet DUO weten dat er extra leerlingen examens doen, zodat deze extra examens op tijd op school aanwezig zijn.”*

Het PTA regelt per vak wat er gebeurt met het schoolexamencijfer als de leerling gebruikmaakt van de terugvaloptie en alsnog examen wil doen op het eigen niveau. In de praktijk kan dit mogelijk leiden tot een probleem. Dit verduidelijken we met een voorbeeld: Stel dat een havo-leerling (of een vwo-leerling die voor alle vakken behalve een afstroomt naar havo) besluit om aan het begin van de bovenbouw een vak op vwo-niveau te volgen en de schoolexamens en het eindexamen van dat vak op vwo-niveau af te leggen. Als het eindexamencijfer een onvoldoende is, kan de leerling teruggrijpen op de terugvaloptie en alsnog het havo-examen afleggen in het tweede tijdvak. Hierbij doemt de vraag op naar de betekenis van de schoolexamens die de leerling op vwo-niveau heeft gemaakt. De VO-raad (2020) stelt dat *“het uitgangspunt is dat het schoolexamencijfer blijft staan. Wanneer blijkt dat er een grote discrepantie is tussen het schoolexamenprogramma op het hogere niveau en het geëigende niveau, is het aan de school om vóóraf te bepalen hoe zij deze discrepantie wil wegwerken. Dit dient de school in het PTA aan te geven.”* Sommige scholen hanteren zelf een omrekenfactor, maar deze moet vooraf in het PTA staan vermeld, zodat het voor de leerling maar ook voor de Inspectie van het Onderwijs helder is hoe de leerling wordt beoordeeld. Hierbij moeten eventuele discrepanties tussen de schoolexamenprogramma's op de verschillende niveaus (bij voorkeur) afgedekt worden, voordat het centrale examen in het eerste tijdvak plaatsvindt. De inspectie moet vervolgens toestemming verlenen aan de school om na het eerste tijdvak het schoolexamencijfer aan te passen, als de leerling gebruikmaakt van de terugvaloptie. De inspectie geeft aan dat het niet de bedoeling is dat het schoolexamencijfer op het hogere niveau zonder meer wordt omgerekend naar het geëigende niveau. De school moet hier van tevoren dus helder over communiceren naar de leerling, en daarnaast in het PTA aangeven hoe de cijfers van het schoolexamen worden meegenomen naar het lagere niveau. Voor de scholen betekent dit dat PTA's rekening moeten houden met de mogelijkheid dat een leerling een vak op een hoger niveau wil afsluiten. In de praktijk kan dit als een organisatorische belemmering worden ervaren.

2.2 Eerdere onderzoeken

Met het meest recente advies van de VO-raad om examens op meerdere momenten te kunnen doen, is veelvuldig geëxperimenteerd. In november 2009 stopte het ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap met het flexibel afnemen van examens op meerdere tijdstippen in het jaar. De redenen hiervoor zijn de toenemende kosten van de productie van examens en de toenemende lasten voor de scholen met betrekking tot organisatie en werkdruk. Scholen geven vaak aan dat de werkdruk al hoog is, en meer toetsing gaat in tegen de trend van minder toetsen en meer tijd voor onderwijs. In de praktijk betekent maatwerk dat docenten om extra uren bij de directie vragen. Daarnaast moeten aparte routes worden gemaakt voor leerlingen (die examens willen doen op een hoger niveau) en zeker met betrekking tot de roostering en de organisatie is dit een brug te ver (Josic (2016), De Weerd et al. (2019), Regioplan (2019) en de SEO (2020)).

In een eindrapport van Regioplan Beleidsonderzoek (Extra vakken en vakken op een hoger niveau in het voortgezet onderwijs, 2012) staat: *“Voor vmbo-tl-leerlingen die willen doorstromen naar het havo hebben vakken op een hoger niveau minder waarde vanwege verschil in cursusduur tussen vmbo en havo en de daaruit voortkomende roosterproblemen.”* De onderzoekers stellen dat ouders, leerlingen en scholen wel voldoende animo hebben, maar dat het tegelijkertijd extra werk voor scholen, leerlingen en docenten met zich meebrengt. Dit, gecombineerd met softwareproblemen bij onder andere Magister en met roosterproblemen, vormt een uitdaging voor flexibel examineren. Voor havo is de conclusie nog stilliger: *“Voor het havo geldt dat de meerwaarde van het doen van vakken op een hoger niveau beperkt is. In het vervolgonderwijs maakt het voor havo-geslaagden geen verschil of ze vakken op havo- of vwo-niveau hebben*

afgesloten. De animo onder leerlingen lijkt daardoor beperkt. Doordat het verschil in cursusduur tussen havo en vwo veel logistieke problemen oplevert voor zowel scholen als leerlingen, beginnen havo-afdelingen er in het algemeen niet aan.” (Regioplan Beleidsonderzoek Extra vakken en vakken op een hoger niveau in het voortgezet onderwijs, 2012).

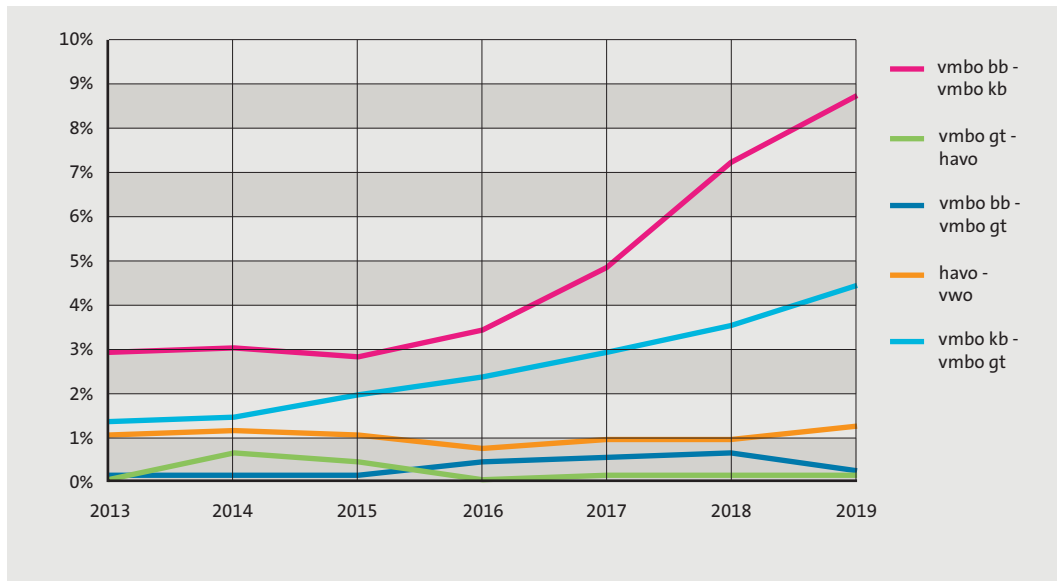
De Onderwijsraad (Maatwerk binnen wettelijke kaders, 2015) adviseert om meer maatwerk en flexibilisering aan te bieden. Bij doorstroomvakken op vmbo zou dit makkelijker te realiseren zijn dan op havo. De Inspectie van het Onderwijs noemde belemmeringen waarom leerlingen weinig gebruikmaken van het examen doen op een hoger niveau: *“het verschil in cursusduur tussen vmbo en havo en tussen havo en vwo, rooster-technische problemen en het ontbreken van specifieke mogelijkheden in het vervolgonderwijs”* (Staat van het onderwijs, 2011).

Josic (Op weg naar maatwerk, 2016) stelt in een onderzoek van het LAKS dat er voor vmbo-leerlingen (met name vmbo-gl) vooral beperkingen zijn voor beroepsgerichte vakken. Voor deze vakken bestaat namelijk geen hoger niveau. Josic, (2016); Brekelmans, et al. (2017) en de Onderwijsraad (2015) geven verder aan dat slechts 43% van alle middelbare scholen alle onderwijsniveaus aanbiedt, waardoor er voor het merendeel van de scholen geen mogelijkheid is om een vak op een hoger niveau te volgen (ervan uitgaande dat een vmbo-leerling examen wil doen op havoniveau en een havoleerling op vwo-niveau). Binnen gemeenten zijn er wel samenwerkingsverbanden, maar dat betekent dat leerlingen voor het volgen van een enkel lesuur van een ander vak of een ander niveau al veel tijd kwijt zijn en soms ook flinke reisafstanden moeten afleggen. *“Vakken gevolgd op een ander niveau dan de eigen opleiding op een andere school (dus niet op een nevenvestiging van de eigen school) komen daarnaast niet op het diploma of cijferlijst te staan.”* (VO-raad, programma van toetsing en afsluiting, 2020). Ook hier geldt dat een dergelijke prestatie zal worden vermeld in een plusdocument.

In een studie van De Weerd et al. (Pilot recht op maatwerk, 2019) komt naar voren dat het centraal-examenrooster een belemmering vormt. Er moet immers meer tijd worden vrijgemaakt voor leerlingen om een vak op zowel het eigen niveau te maken als ook op een hoger niveau. In deze studie worden vooral organisatorische redenen (zoals lessen op een hoger niveau aanbieden, extra toetsen maken door docenten, flexibele programma's en roostering) aangedragen die een belemmering vormen. Genoemd wordt dat examen doen op een hoger niveau bij enkele havo-vwo-scholen op grotere schaal voorkomt. Dit betekent dat ook de school een grote factor is in de keuze van leerlingen om al dan niet examen te doen op een hoger niveau.

De laatste jaren heeft het flexibel examineren zich vooral ontwikkeld in de richting van examen doen in een enkel vak op een hoger niveau, met name voor de talen. Het aandeel examenkandidaten dat een of meer vakken op een hoger niveau afsluit, was in 2018 nog relatief klein, zoals in figuur 2 te zien is, maar het is wel (licht) stijgend of stabiel voor de meeste niveaus.

Figuur 2 Aandeel examenkandidaten dat 1 of meer vakken op hoger niveau afsluit

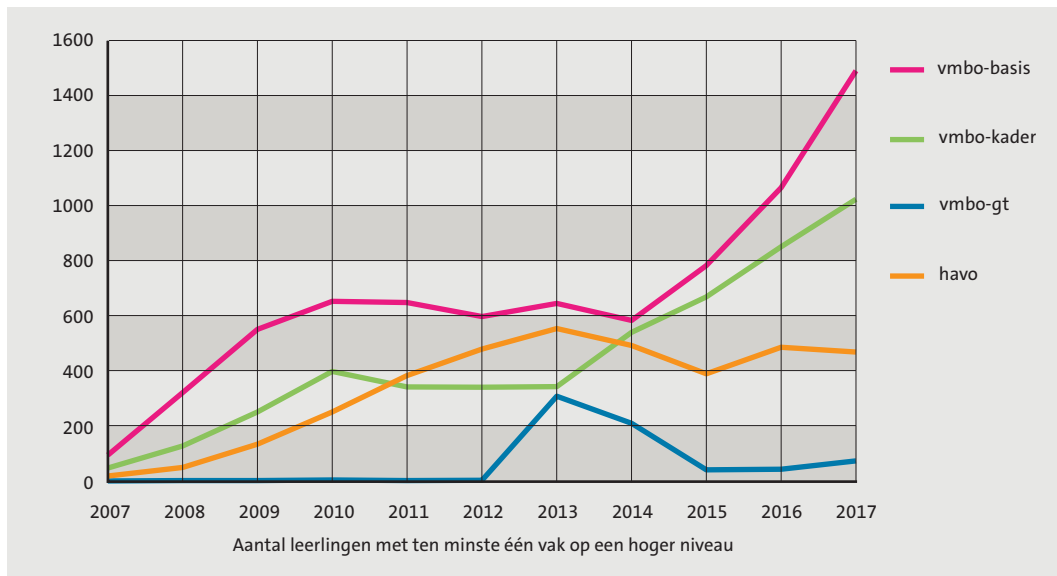


Bron: DUO examenmonitor (2019)

In 2018 deed 7,2% van de vmbo-bb-leerlingen examen in een of meerdere vakken op het niveau vmbo-kb (in 2019 is dit 8,7%), terwijl slechts 0,10% van de vmbo-gt-leerlingen een examen deed op havoniveau. Van de havo-leerlingen besloot 0,90% een examen te doen op vwo-niveau (in 2019 is dit opgelopen naar 1,2%).

De Stichting Economisch Onderzoek (VO-diploma met vakken van verschillend niveau, 2020) concludeert over flexibele examens dat zij een toename zien in het aantal leerlingen dat een examen doet op een hoger niveau (zie figuur 3).

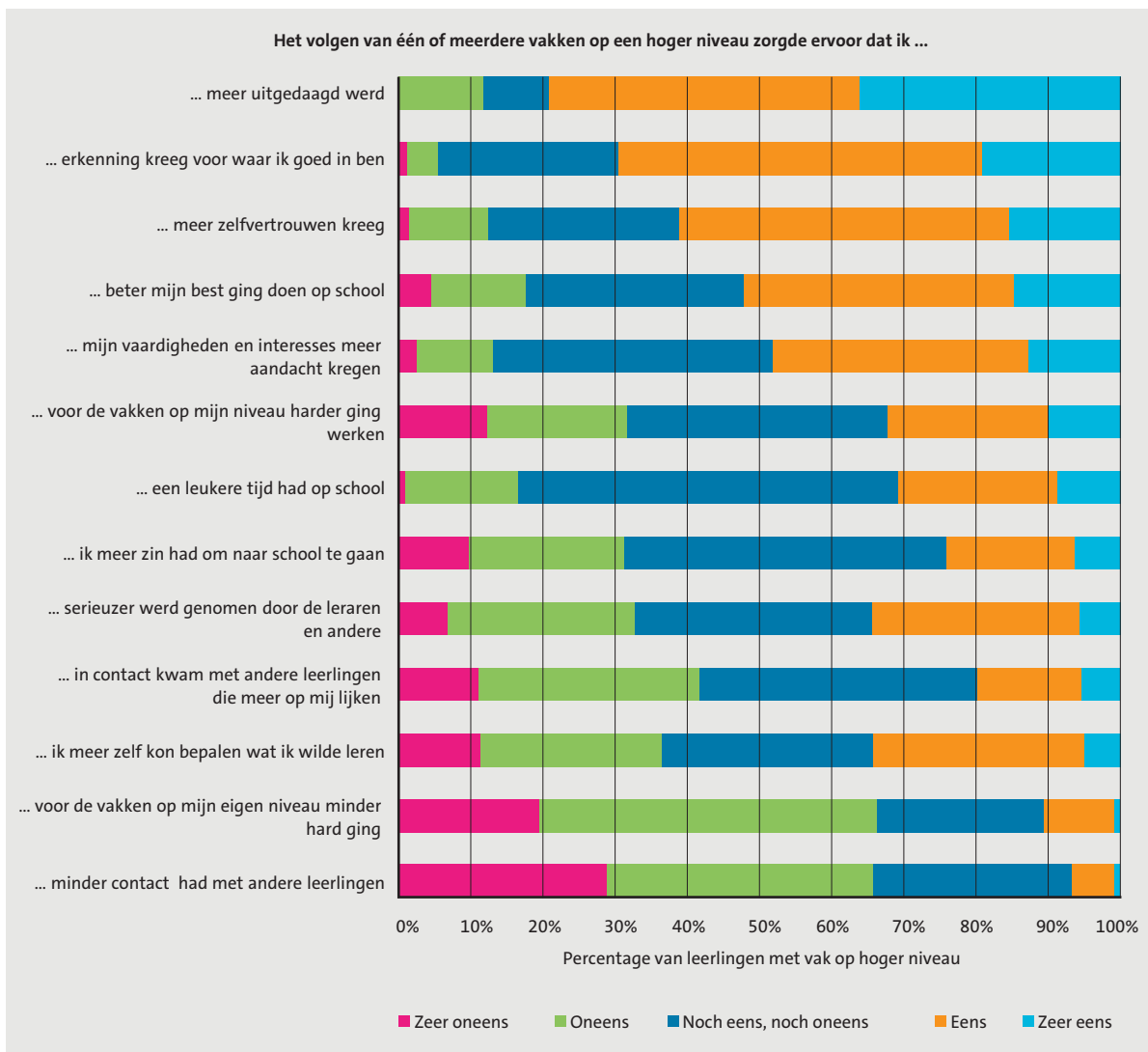
Figuur 3 Aantal leerlingen dat een examen doet op een hoger niveau



Bron: DUO microdata, bewerking SEO Economisch onderzoek (2019)

Uit figuur 3 komt naar voren dat het absolute aantal leerlingen dat examen doet in een of meerdere vakken op een hoger niveau, toeneemt. Het gaat echter hierbij nog steeds om lage percentages. In het onderzoek van de SEO is ook verder gekeken naar de achtergrond van de leerlingen die een examen doen op een hoger niveau en hun beweegredenen (zie figuur 4). Deze leerlingen hebben vaak een intrinsieke motivatie. Een vak volgen op een hoger niveau is een mooie aanvulling op het diploma, maar geeft geen directe vrijstellingen in het vervolgonderwijs. Het vervolgonderwijs vraagt namelijk bij de aanmelding zelden tot nooit om een diploma met een aantal vakken op een hoger niveau. Dit betekent dat leerlingen vooral intrinsiek gemotiveerd moeten zijn.

Figuur 4 Antwoorden leerlingen waarom ze een vak op een hoger niveau volgden



Uit het onderzoek van SEO blijkt dat driekwart van de leerlingen die een examen doen op een hoger niveau zogenaamde afstromers zijn. Deze leerlingen zaten eerst op een hoger onderwijsniveau, waarna zij zijn afgestroomd naar een lager onderwijsniveau. Zij doen nog wel examen in een of meerdere vakken op hun eerdere, hogere niveau. Het vak Engels is het populairste vak om examen in te doen op een hoger niveau. SEO (2020) heeft geen significante verschillen gevonden in het aantal jongens en meisjes dat in een vak op een hoger niveau examen doet.

Zoals al eerder aangehaald in het Regioplan Beleidsonderzoek (Extra vakken en vakken op een hoger niveau in het voortgezet onderwijs, 2012), blijkt ondanks het feit dat gemotiveerde leerlingen graag een vak op een hoger niveau afsluiten, bij een aantal leerlingen een intrinsieke rem optreedt om dit te doen. Het lijkt mooi om te laten zien dat je meer in je mars hebt, maar de kans is aanwezig dat het eindcijfer lager uitvalt als je een vak op een hoger niveau afsluit. De leerling kan daarmee het gemiddelde van de hele cijferlijst omlaag halen en een eventuele cum laude 'verspelen', of in een lotingsgroep met meer kandidaten terechtkomen en dus een kleinere kans hebben tijdens de loting om toegelaten te worden. Dit kan ook een reden zijn waarom de percentages van leerlingen die examen doen op een hoger niveau nog relatief laag zijn.

Het is belangrijk om te vermelden dat binnen de huidige wetgeving het niet mogelijk is om in een vak examen te doen op een lager niveau. Dit zou wel van betekenis kunnen zijn voor leerlingen met een eenzijdige begaafdheid of een disharmonisch intelligentieprofiel. In dit onderzoek bekijken we daarom op basis van de syllabi of examen doen in een vak op een lager niveau mogelijk is.

Om de onderwijsresultaten van een school te kunnen beoordelen, kijkt de inspectie naar het gemiddelde van alle behaalde examencijfers per vak per afdeling. *"Afhankelijk van de situatie kan een inspecteur afwijken van de rekenkundige score op de onderwijsresultaten. Zo kan de inspecteur meewegen dat er leerlingen zijn die voor een of meer vakken examen hebben gedaan op een hoger niveau. Als er daadwerkelijk sprake is van vakken op een hoger niveau, wordt er per afgelegd examen op een hoger niveau 1,5 punt opgeteld bij het behaalde cijfer"* (Inspectie van het Onderwijs). De verhoogde score kan daarmee een positieve invloed hebben op het oordeel over de onderwijsresultaten.

2.3 Conclusie

Studies van Josic (2016), De Weerd et al. (2019), Regioplan (2019) en de SEO (2020) tonen aan dat er belemmeringen zijn op organisatorisch vlak bij scholen als het gaat om het doen van eindexamen op een hoger niveau, met name wat betreft roostering, verschil in cursusduur en het categorale karakter van scholen. De centrale examens spelen hierin niet tot nauwelijks een rol, al benoemen onderzoeken wel dat het examenrooster krap is, waardoor het voor leerlingen een grotere uitdaging wordt om examen te doen op een hoger niveau én in een tweede tijdvak ook nog op het geëigende niveau (bij een tegenvallend resultaat). Alle onderzoeken richten zich op de aantallen leerlingen die kiezen om examen te doen in een vak op een hoger niveau, en op de (met name) organisatorische belemmeringen die bestaan als oorzaak voor de tegenvallende aantallen. Inhoudelijk wordt het verschil in cursusduur aangeduid als een groot struikelblok. De verwachting is dat dat bij een niveau met een langere cursusduur meer concepten behandeld worden en dat daardoor de zwaarte toeneemt. Desalniettemin zou een leerling met affiniteit of een hoge intrinsieke motivatie voor een bepaald vak alsnog kunnen kiezen dat vak op een hoger niveau af te sluiten. Die inhoudelijke analyse ontbreekt veelal. Stichting Cito onderzoekt daarom of er vakinhoudelijke mogelijkheden zijn om examen te doen in wiskunde op een hoger niveau en welke tijdsinvestering dit van een leerling vraagt. Dit onderzoek wordt in hoofdstuk 3 verder toegelicht.

3 Methodologie

3 Methodologie

In het vorige hoofdstuk is een literatuuranalyse gedaan over flexibel examineren. In dit hoofdstuk wordt uiteengezet hoe de inhoudelijke verschillen tussen de leerniveaus worden geanalyseerd.

3.1 Onderzoeksmethode

De eerste stap in deze vakinhoudelijke analyse is een vergelijking van de syllabi voor vmbo-bb, kb, gl/tl (hierna genoemd: gt), havo en vwo. Dit geeft per domein wat er van een vmbo-gt-leerling extra gevraagd zou worden om examen te doen op havoniveau. Daarna wordt deze analyse verder uitgebreid door per domein de extra eisen en concepten op te nemen voor het vwo-programma, waarmee duidelijk wordt welke concepten de havoleerling extra moet beheersen om examen te doen op vwo-niveau. Zodra de inhoudelijke analyse klaar is moet de andere weg ook bekeken worden: wat als een vwo-leerling examen wil doen op havoniveau en een havoleerling op vmbo-niveau. Er wordt ook gekeken naar oude examens, om daarmee een uitspraak te doen over overlappende concepten, en daarmee aan te geven welke extra abstractie- of andere vaardigheden van een leerling worden gevraagd.

Deze inschatting is in eerste instantie door de toetsdeskundige wiskunde gedaan. Hierna heeft een groep docenten uit het veld een verwachte concretere tijdsinschatting gemaakt. Aan de hand hiervan kan een beeld worden geschetst van de haalbaarheid om examen te doen op een hoger niveau.

De verwachte tijdsinvestering is een inschatting gericht op de vraag naar het aantal uren dat een leerling nodig heeft om de stof door te nemen, te begrijpen en te beheersen (ongeacht of dit vaklessen zijn of dat het zelfstudie is). We nemen een gemiddelde tot goede leerling als uitgangspunt (onder de aanname dat een zeer zwakke tot zwakke leerling geen examen zal doen op een hoger niveau en een zeer goede leerling het in minder uren zal kunnen).

4 Resultaten en analyse

4 Resultaten en analyse

Stichting Cito heeft onderzoek gedaan naar de vakinhoudelijke mogelijkheden om een vak op een hoger niveau af te sluiten met het eindexamen. Stichting Cito heeft voor de vakken economie, natuurkunde, Nederlands, wiskunde en de moderne vreemde talen de centrale examens van de afgelopen jaren onderzocht, syllabi vergeleken met de eindtermen en met de eindexameneisen per niveau. Daarnaast hebben vakdocenten een oordeel gevormd over de extra tijd die van een leerling wordt gevraagd om een vak op een hoger niveau af te sluiten.

4.1 Syllabi, eindtermen en exameneisen

Wiskunde is een examenvak dat nauwelijks op een hoger niveau wordt afgesloten. Op vmbo-bb en vmbo-kb zijn er leerlingen die het examen wiskunde op een hoger niveau afleggen, namelijk het examen wiskunde vmbo-kb respectievelijk vmbo-gt. Volgens de examenmonitor 2019 (DUO, 2020) blijkt dat er geen vmbo-gt-leerlingen waren en nauwelijks havoleerlingen die wiskunde op een hoger niveau hebben afgelegd (zie tabel 1). Voor vmbo-gt en havo is wiskunde niet een van de zeven meest voorkomende vakken waarin het examen op een hoger niveau werd afgelegd.

Tabel 1 Examenmonitor

2019	aantal leerlingen	leerlingen met één of meer vakken op hoger niveau	leerlingen die wiskunde op hoger niveau doen
vmbo-bb	17 511	1550	42 (= 2,7% van 1550)
vmbo-kb	28 357	1259	291 (= 23,1% van 1259)
vmbo-gt	56 528	78	0 (= <0,3% van 78)
havo	54 552	636	<18 (= <2,9% van 636)

Deze percentages zijn laag vergeleken met de data uit de examenmonitor 2018 (zie figuur 1 in het algemeen verslag van flexibel examineren), zeker aangezien wiskunde op havo en vwo een kernvak is en bij vervolgoopleidingen vaak een terugkomend vak is. Een nadere blik op de examenprogramma's wiskunde laat zien dat deze percentages kunnen worden verklaard. Er is onderzocht of er binnen het vmbo kan worden overgestapt naar een examen op een hoger of lager niveau. Daarnaast is de stap van vmbo naar havo onderzocht en tot slot de stap van havo naar vwo. Omdat binnen havo/vwo wiskunde uit meerdere vakken bestaat, zal de analyse zich bij havo/vwo verdiepen in de exameneisen voor wiskunde A, B, C en D. Hierbij is de keus gemaakt om geen analyse te geven van de programmaverschillen tussen havo wiskunde A en vwo wiskunde B, aangezien hier een dermate conceptueel en inhoudelijk verschil zit dat het niet realistisch is dat een leerling die op de havo wiskunde A heeft gekozen, examen zal doen op het vwo in wiskunde B.

Tevens is ervoor gekozen om geen analyse te maken voor de havoleerling wiskunde B die examen wil doen in wiskunde A of C op vwo. De stap om na het afsluiten van havo wiskunde B door te gaan op vwo en daar wiskunde A of C te gaan volgen, wordt vaak gemaakt. Echter, de leerlingen die in de komende analyses in gedachten zijn gehouden, zijn de leerlingen die

– terwijl ze op havo zitten – het wiskundevak willen halen op vwo-niveau. Deze leerlingen zullen dus juist de uitdaging zien in wiskunde en dan is de overstap van havo wiskunde B naar vwo wiskunde B de meest logische keuze.

4.1.1 Analyse examenprogramma's vmbo-bb, -kb en -gt

Het programma van wiskunde vmbo-bb wordt uitgebreid en verdiept op vmbo-kb. Op vmbo-gt vindt er nog een verdiepings- en uitbreidingsslag plaats, waarbij de stap van vmbo-kb naar vmbo-gt op onderwerpsniveau wel kleiner is dan de stap van vmbo-bb naar vmbo-kb. Het gevraagde abstractievermogen en inzicht nemen echter steeds meer toe.

Wiskunde kent één syllabus voor vmbo-bb, -kb en -gt. Het centraal examen wiskunde heeft voor alle vmbo-niveaus betrekking op de domeinen¹:

- Leervaardigheden
- Algebraïsche verbanden
- Rekenen, meten en schatten
- Meetkunde
- (alleen voor gt) Aanvullende eisen en Vaardigheden in samenhang

Het domein Leervaardigheden in het vak wiskunde heeft betrekking op het vertalen van realistische situaties in wiskundige termen. Deze vaardigheden zijn geïntegreerd in alle overige domeinen. De belangrijkste verschillen binnen de domeinen tussen de vmbo-niveaus staan in de volgende tabellen.

Tabel 2 Algebraïsche verbanden

vmbo-bb	vooral met lineaire verbanden werken, woordformules
vmbo-kb	uitbreiding van andere typen verbanden, woord- en letterformules
vmbo-gt	meer abstractie en verdieping bij verbanden, rente-op-renteberekeningen, meestal letterformules

Tabel 3 Rekenen, meten en schatten

vmbo-bb	basisbewerkingen (met de rekenmachine +, −, x en :), maten en grootheden; verhoudingen en percentages
vmbo-kb	meer rekenvaardigheden (met de rekenmachine x^2 , $\sqrt{\quad}$, yx , (-)); wetenschappelijke notatie
vmbo-gt	nog meer rekenvaardigheden (met de rekenmachine INV-yx), groeifactor en groeipercentage

¹ In dit rapport wordt de term 'domeinen' gebruikt, in de syllabus zijn dit 'exameneenheden'.

Tabel 4 Meetkunde

vmbo-bb	meetkundige berekeningen met formules voor omtrek, oppervlakte en inhoud die bij de vraag worden gegeven
vmbo-kb	meetkundige berekeningen waarbij de juiste formule gekozen moet worden uit een gegeven lijst; stelling van Pythagoras, goniometrie
vmbo-gt	stelling van Pythagoras ook in 3D; goniometrie ook in 3D, vergroting en verkleining ook in 3D

Naast deze inhoudelijke verschillen zijn de opdrachten voor vmbo-kb vaak complexer dan voor vmbo-bb, dit geldt ook voor vmbo-gt ten opzichte van vmbo-kb.

In het schoolexamen moet, naast de al genoemde domeinen, aan de orde komen:

- informatieverwerking, statistiek
 - informatie verzamelen, weergeven en analyseren met behulp van grafische voorstellingen
- geïntegreerde wiskundige activiteiten
 - problemen in alledaagse situaties vertalen naar wiskundige problemen
- (alleen voor gt) verrijkingsopdrachten
- (alleen voor gt) verwerven, verwerken en verstrekken van informatie

Met behulp van de tabellen hieronder kan een gedetailleerder beeld van de overeenkomsten en verschillen bij wiskundige begrippen en activiteiten tussen vmbo-bb, -kb en -gt worden verkregen. De verschillen zijn gemarkeerd.

Tabel 5 Concepten uit de vmbo syllabus

Titel	bb	kb	gt
lineaire verbanden	X	X	X
tabellen maken, aflezen, vergelijken en interpreteren	X	X	X
controleren of een gegeven verband bij een gegeven tabel hoort	X	X	X
grafieken tekenen, aflezen, interpreteren en vergelijken	X	X	X
snijpunten van twee grafieken	X	X	X
werken en rekenen met (woord)formules	X	X	
in een (woord)formule de invoervariabele vervangen door een getal en de waarde van de uitvoervariabele berekenen	X	X	X
formules voor horizontale en verticale lijnen: $y = a$ resp. $x = a$		X	X
exponentiële verbanden		X	X
wortelverbanden		X	X
eenvoudige machtsverbanden met exponent 2 of 3		X	X
verbanden van de vorm $y = \frac{a}{x}$		X	X
periodieke verbanden		X	X
het globale verloop van een verband uit een bijbehorende tabel beschrijven		X	X
vaststellen hoe een verandering in de situatie doorwerkt in de grafiek, gewoonlijk in samenhang met tabel en/of (woord)formule		X	X
bij twee functionele verbanden aangeven, eventueel in benadering, waar functiewaarden gelijk zijn en op welke intervallen de ene groter is dan de andere		X	X
in een (woord)formule de uitvoervariabele vervangen door een getal en de waarde van de invoervariabele berekenen		X	X
formule $y, ax + b =$ steilheid, $b =$ verticale verschuiving			X
formule $y, b \cdot g^t, b =$ beginwaarde, $g =$ groeifactor			X
verdubbelingstijd, halveringstijd			X
rente-op-renteberekeningen			X
eenvoudige machtsverbanden van de vorm $y = ax^n$			X
amplitude, periode, frequentie			X
in een formule of vuistregel een variabele vervangen door een expressie			X

Rekenen, meten en schatten	bb	kb	gt
schatten	X	X	X
gangbare maten	X	X	X
voorvoegsels	X	X	X
afroonden	X	X	X
grootheden	X	X	X
rekenmachine gebruiken +, -, x, :	X	X	X
breuken: + en -	X	X	X
verhoudingen	X	X	X
omzetten naar breuk, decimaal getal of percentage	X	X	X
negatieve getallen: ordenen en +/-	X	X	
rekenmachine gebruiken omgekeerde, kwadraat, wortel, yx, +/- toets		x	x
breuken: x en :		X	X
negatieve getallen: x en :		X	X
wetenschappelijke notatie		X	X
rekenmachine gebruiken INV-y ^x			X
groeifactor, groeipcentage			X

Meetkunde	bb	kb	gt
kijklijnen	X	X	X
aanzichten, uitslagen, doorsneden, projecties en plattegronden	X	X	X
vlakke en ruimtelijke figuren	X	X	X
coördinaten in het platte vlak	X	X	X
richting m.b.v. hoek en afstand	X	X	X
ruimtelijke voorstelling	X	X	X
schaal	X	X	X
eigenschappen van hoeken	X	X	X
meten en tekenen van hoeken	X	X	X
omtrek en oppervlakte berekenen van veelhoeken	X	X	X
omtrek en oppervlakte berekenen van de cirkel	X	X	X
inhoud en oppervlakte berekenen van kubus en balk	X	X	X
verhoudingen: vergrotingen/verkleiningen in 2D-figuren	X	X	X
lijnsymmetrie	X	X	X
gebruikmaken van instrumenten	X	X	X
coördinaten in de ruimte		x	x
omtrek en oppervlakte berekenen van andere vlakke figuren		X	X
inhoud berekenen van andere ruimtefiguren m.b.v. gegeven woordformules		X	X
draaisymmetrie		X	X
goniometrische verhoudingen		X	X
stelling van Pythagoras		X	X
grootte van hoeken berekenen in 2D		X	X
verhoudingen: vergrotingen/verkleiningen in 2D-figuren		X	X
grootte van hoeken berekenen in 3D			X
verhoudingen: vergrotingen/verkleiningen in 3D-figuren			X

Vmbo-gt-leerlingen kozen er in 2019 niet voor om het examen wiskunde op havoniveau af te leggen. Daar wordt straks verder op ingegaan. Om examen wiskunde te doen op een hoger vmbo-niveau, is een matige extra tijdsinspanning nodig. Docenten wiskunde vmbo hebben de tabellen geanalyseerd en stellen dat de opstroom van bb naar kb, en van kb naar gt met ongeveer een uur per week extra les voldoende moet zijn om de extra concepten te beheersen. Veelal wordt er gebruikgemaakt van een dakpanconstructie, waarbij wiskunde vmbo op meerdere niveaus in één klas wordt aangeboden en vmbo-leerlingen daarmee binnen de reguliere lessen een hoger programma kunnen volgen. Docenten geven aan dat een uur per week noodzakelijk is, eventueel aangevuld met keuzewerktijd of een examentraining. De tijd die hier in totaal voor nodig is, wordt geschat op 50 - 60 uur. Er wordt vanuit de praktijk een notitie geplaatst dat dit weinig gebeurt, maar dat leerlingen er vaker voor kiezen om vervroegd examen te doen. Ze kiezen er dan bijvoorbeeld voor om in het voorexamenjaar al examen te doen in wiskunde zodat ze in het examenjaar ruimte winnen of zelfs ruimte hebben om alvast met het havoprogramma te starten.

4.1.2 Van vmbo-gt naar havo

Leerlingen die na het behalen van het diploma vmbo-gt willen overstappen naar klas 4 havo met wiskunde, hebben te maken met achterstanden bij wiskunde. Het programma wiskunde dat in de onderbouw van de havo wordt aangeboden, wijkt op meerdere punten af van de stof in de bovenbouw vmbo-gt. Naast een veel grotere algebraïsche vaardigheid is vooral het hogere abstractieniveau in het havoprogramma een groot verschil met het vmbo-programma. Deze doorstromende vmbo-gt-leerlingen hebben zonder extra oefening nog niet het gewenste ingangsniveau voor het starten met wiskunde in klas 4 havo. Examenleerlingen die in klas 4 vmbo-gt het examen havo wiskunde A of B willen afleggen, zullen dus zeer uitzonderlijke gevallen zijn. Zij moeten aan het begin van klas 4 vmbo-gt minimaal op het beginniveau van klas 4 havo zijn én dan de bovenbouwstof havo wiskunde A of B in één jaar doorwerken in plaats van in twee jaar.

In het rapport van de Stichting Economisch Onderzoek (2019) wordt de beperkte programmatische aansluiting verklaard door onder andere een verschil in de lesstof: "Tussen vmbo en havo bestaat een forse curriculumkloof. Het onderwijsprogramma op vmbo-gt is niet gericht op doorstroom naar havo. Dit zorgt ervoor dat leerlingen die overstappen van vmbo naar havo extra wiskundeonderdelen, zoals algebra, moeten inhalen op havo." Met betrekking tot havo wiskunde A vinden de leerlingen het lastig dat de opdrachten uit veel tekst bestaan. Opgaven bevatten realistischere contexten van actuele problemen. De mathematiseringsstap uit deze vraagstukken vormt voor de vmbo-gt-leerlingen een probleem. Bij havo wiskunde B ervaren de overstappers nog meer moeite. Vooral de andere manier van noteren van het antwoord en het vele gebruik van formules maakt het lastig voor de vmbo-gt-leerlingen. In het onderzoek van de SEO (2019) geven leerlingen aan dat ze liever al eerder hadden gehoord dat de manier van antwoorden anders is dan op vmbo-gt en dat ze daarbij liever meer ondersteuning hadden gekregen.

We hebben een groep van vijf wiskundedocenten gevraagd om de syllabus vmbo-gt en de syllabus havo met elkaar te vergelijken. Hierbij hebben ze een tijdsinschatting gemaakt van het aantal uren dat een gemiddelde/goede vmbo-gt-leerling extra moet investeren om zich voor te bereiden op het havo-examen. Door de syllabi naast elkaar te leggen en de inhoud te analyseren, komen de docenten uit op een schatting van 160-180 studielasturen. Dit is een minimum dat in één jaar extra gedaan zou moeten worden. Als oorzaak voor deze forse tijdsinvestering wordt de grote verscheidenheid aan onderwerpen tussen beide curricula genoemd.

Mocht een leerling dit toch willen doen, dan adviseren docenten een bekwame bijlesdocent om dit gat te overbruggen. Daarmee komt de conclusie van de docenten die de programma's hebben vergeleken overeen met het eerdere onderzoek van SEO.

4.1.3 Analyse van het wiskundeprogramma van havo naar vwo

Het tweede deel van de analyse spitst zich toe op de overlap tussen de examenprogramma's van havo en vwo. In de tabellen hieronder worden de syllabi van havo en vwo naast elkaar gelegd.

4.1.3.1 Van havo wiskunde A naar vwo wiskunde A

In dit onderdeel wordt bekeken of een havoleerling voor wiskunde A examen zou kunnen doen op vwo-niveau. De eerste stap is het analyseren van de verschillen in onderwerpen en concepten tussen havo wiskunde A en vwo wiskunde A. Daarvoor zijn de syllabi van havo en vwo wiskunde A naast elkaar gezet in de tabel hieronder. De verschillen zijn gemarkeerd. Er is voor gekozen om het domein Statistiek niet in deze tabel op te nemen, aangezien dit domein op het centraal examen vwo wiskunde A niet aan de orde is, in tegenstelling tot bij havo wiskunde A.

Tabel 6 Concepten uit de syllabus havo wiskunde A en vwo wiskunde As

		havo A	vwo A
Functies/verbanden	variabele		X
	absoluut, relatief	X	X
	karakteristieke eigenschappen van een functie		
	extreem, extreme waarde		X
	maximum(waarde)	X	X
	minimum(waarde)	X	X
	(constant, toenemend of afnemend) stijgen	X	X
	(constant, toenemend of afnemend) dalen	X	X
	karakteristieke eigenschappen van een grafiek		
	snijpunt(en) met x-as en y-as	X	X
	top		X
	asymptotisch gedrag	X ²	X ²
	standaardfuncties	X	X
	lineaire (of eerstegraads)functies	X	X
	richtingscoëfficiënt	X	X
	kwadratische (of tweedegraads)functies		X
	machtsfuncties		X
	exponentiële functies	X	X
	grondtal	X	X
	exponent	X	X
	beginwaarde	X	X
	groefactor	X	X
	groeipercentage	X	X
	halveringstijd	X	X
	verdubbelingstijd	X	X
	logaritmische functies		X
	logaritme		X
	natuurlijke logaritme		X
	logaritmische schaalverdeling	X	X
	goniometrische functies		X ³
	periodiek verschijnsel		X
	periode		X
	amplitude		X
	evenwichtsstand		X
	vergelijkingen en ongelijkheden	X	X
	lineaire of eerstegraadsvergelijking	X	X
	(lineair) interpoleren en extrapoleren	X	X
	somfunctie		X ⁴
	verschilfunctie		X ⁴
	productfunctie		X ⁴
	quotiëntfunctie		X ⁴
	samengestelde functie, ketting van functies		X ⁴
transformaties			
verschuiving		X	
herschalen		X	
evenredigheidsverbanden	X	X	
(recht) evenredig	X	X	
omgekeerd evenredig	X	X	

² Termen hoeven niet gekend te worden, wel de bijbehorende activiteiten.

³ alleen de sinusfunctie

⁴ Termen hoeven niet gekend te worden, wel de bijbehorende activiteiten.

		havo A	vwo A
Meetkunde Veranderingen	vergelijking van een lijn	X	X
	interval		X
	differentiequotient		X
	gemiddelde verandering		X
	toenamediaagram		X
	helling		X
	hellinggrafiek		X
	rijen, inclusief notaties		X
	rekenkundige rij		X
	meetkundige rij		X
	somrij		X
	Σ -teken		X
	directe formule		X
	recursieve formule		
Differentiaal- en integraalrekening	afgeleide (functie), inclusief notaties		X
	somregel en verschilregel		X
	productregel		X
	quotientregel		X
	kettingregel		X
	raaklijn		X
Combinatoriek	boomdiagram		X
	wegendiagram		X
	productregel		X
	rooster		X
	permutaties		X
	combinaties		X

De tabel uit de syllabus geeft aan dat op vwo nieuwe concepten beheerst moeten worden voor het centraal examen. Ook hier is een inschatting te maken van de hoeveelheid tijd die nodig is om de extra stof eigen te maken. Hierbij gaat het niet alleen om de moeilijkheid van de extra concepten, maar ook de overlappende concepten die op een ander beheersingsniveau moeten worden geleerd. Een eerste overzicht is te vinden in het Concept examenprogramma's 2014 (CTWO, 2009), waarin studielasturen worden vermeld voor de verschillende domeinen. Dit wordt later nader toegelicht. Naast de ureninschatting uit dit concept zijn vijf wiskundedocenten gevraagd om de syllabi te bekijken en een uitspraak te doen over de verschillen tussen havo wiskunde A en vwo wiskunde A voor zowel de overlappende als de extra concepten.

Tijdsinschatting door docenten

Om de extra studiebelasting in te kunnen schatten voor overlappende concepten uit de syllabus is er door vijf wiskundedocenten bijvoorbeeld gekeken naar het onderwerp exponentiële functies. Dit moet zowel op havo als op vwo gekend worden. De toenemende moeilijkheid voor vwo zit hier in het abstractieniveau en de contexten. Tegelijkertijd betekent dit geen toename van de studiebelasting, aangezien een leerling met een hoge vaardigheid in wiskunde deze stap zou kunnen maken zonder extra voorbereiding.

Een groot onderwerp op het vwo is differentiëren. De docenten schatten in dat het ongeveer een jaar kost om dit concept goed te beheersen. Differentiëren komt op havo bij wiskunde A niet voor, terwijl het op vwo veelvuldig terugkomt. Ook de toepassingen van differentiëren zoals het

werken met machtsfuncties en het bepalen van de top vergen voor leerlingen veel oefening. In de lespraktijk wordt in klas 4 vwo begonnen met differentiëren. In klas 5 en klas 6 wordt dit uitgebreid met de ketting-, product- en quotiëntregel en wordt dit tevens toegepast op de (natuurlijke) logaritmische functies. Het onderdeel differentiëren wordt dus langdurig en herhaaldelijk behandeld en uitgebreid. Voor een havoleerling zou dit een pittige tijdinvestering zijn als de leerling dit zelf wil leren, ook als een havoleerling dit al in klas 4 beslist. Op het vwo heb je drie jaar de tijd, op de havo twee. Er moet dus een jaar aan stof ingehaald worden, of door de leerling eigen worden gemaakt, wat ongeveer neerkomt op een geschat totaal van 200 studielasturen.

Concept examenprogramma's 2014

Deze schatting van de extra tijdsinvestering voor een leerling gemaakt door docenten komt overeen met het Concept examenprogramma's 2014, (cTWO, 2009). In onderstaand schema zijn de domeinen en de bijbehorende studielasturen (slu) weergegeven. In de kolom SE is aangegeven welke (sub)domeinen in elk geval op het schoolexamen getoetst moeten worden. De gemarkeerde (sub)domeinen worden niet getoetst in het centraal examen. De termen die in de syllabi worden gebruikt bij vwo en havo zijn niet overal gelijk. De opvallendste verschillen tussen de domeinen worden na de tabel verder toegelicht.

Tabel 7 Tijdsinvestering havo wiskunde A en vwo wiskunde A (2014)

Studielast 4 + 5 havo wiskunde A			Studielast 4 + 5 + 6 vwo wiskunde A		
Domein	slu	SE	Domein	slu	SE
A: Vaardigheden	-	x	A: Vaardigheden	-	x
B: Algebra en tellen	80		B: Algebra en tellen	60	
B1: Rekenen			B1: Algebra		
B2: Algebra			B2: Telproblemen		
B3: Telproblemen					
C: Verbanden	100		C: Verbanden	140	
C1: Tabellen			C1: Standaardfuncties		
C2: Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden			C2: Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden		
C3: Formules met één of meer variabelen					
C4: Lineaire verbanden					
C5: Exponentiële verbanden					
D: Verandering	40	x	D: Verandering	120	x
			D1: Rijen		
			D2: Helling		
			D3: Afgeleide		
E: Statistiek	40	x	E: Statistiek en Kansrekening	160	x
E1: Presentaties van data interpreteren en beoordelen			E1: Probleemstelling en onderzoeksontwerp		
E2: Data verwerken			E2: Visualisatie van data		
E3: Data en verdelingen			E3: Kwantificering		
E4: Statistische uitspraken doen			E4: Kansbegrip		
E5: Statistiek met ICT			E5: Kansverdelingen		
			E7: Statistiek met ICT		
			F: Keuzeonderwerpen	40	x
Totaal	320		Totaal	520	

Het programma van havo wiskunde A zit volledig in het programma van vwo wiskunde A. De uitbreiding is op de volgende punten te vinden:

1. In het domein Algebra worden bij vwo wiskunde A de rekenregels van logaritmen behandeld.
2. In het domein Verbanden wordt bij havo wiskunde A met formules van verbanden gewerkt. Bij vwo wiskunde A wordt het formelere begrip 'functie' ingevoerd. Onderwerpen die niet bij havo wiskunde A worden behandeld, zijn machtsfuncties, logaritmische en goniometrische functies en het combineren van functies.
3. In het domein Verandering wordt bij havo wiskunde A het begrip gemiddelde verandering behandeld. Bij vwo wiskunde A wordt dit domein sterk uitgebreid. Het begrip Rijen behelst een introductie in de discrete wiskunde. Daarnaast wordt veel aandacht besteed aan het differentiëren van functies en aan toepassingen van de afgeleide functie.
4. Het domein Statistiek en Kansrekening wordt bij vwo wiskunde A uitgebreid met het onderwerp Kansrekening. In tegenstelling tot bij havo wiskunde A wordt dit domein niet centraal getoetst.
5. Op het vwo wordt aandacht besteed aan één of meer Keuzeonderwerpen. De onderwerpen hiervan, vaak wiskundige domeinen die niet in het examenprogramma zitten of een verdieping van een domein uit het examenprogramma, worden door de docent gekozen.

Op basis van zowel het Concept examenprogramma's 2014 (cTWO, 2009) als de ureninschatting door docenten kan worden geconcludeerd dat van een havoleerling een forse tijdsinvestering wordt gevraagd van ongeveer 200 uur.

4.1.3.2 Van havo wiskunde A naar vwo wiskunde C

In dit onderdeel wordt bekeken of een havoleerling wiskunde A het examen vwo wiskunde C zou kunnen doen. Op vwo-niveau mag het vak wiskunde C uitsluitend worden gekozen door leerlingen met het profiel Cultuur & Maatschappij. Op havo wordt wiskunde C niet aangeboden. Dit betekent dat een havoleerling (met een ander profiel dan C&M) altijd examen moet doen in wiskunde A of wiskunde B. Indien een havoleerling besluit om vwo wiskunde C te volgen, dan is wiskunde C een buiten-curriculair vak. De leerling kan niet zakken voor wiskunde C en zal dit ook niet als compensatiecijfer kunnen inzetten. Dit vak zal op een plusdocument bij het diploma worden vermeld.

Het vak wiskunde C wordt op geen enkele vervolgopleiding geëist, maar bevat het domein Vorm en Ruimte, waarmee het vak interessant kan zijn voor cultureel geïnteresseerde havoleerlingen. Veel opleidingen geven expliciet aan dat ze vragen naar een profiel met wiskunde A of wiskunde B.

De eerste stap is het analyseren van de verschillen in onderwerpen en concepten tussen havo wiskunde A en vwo wiskunde C. Daarvoor zijn de syllabi van havo wiskunde A en vwo wiskunde C naast elkaar gezet in de tabel hieronder. De verschillen zijn gemarkeerd. Er is voor gekozen om het domein Statistiek niet in deze tabel op te nemen, aangezien dit domein op het centraal examen wiskunde A niet aan de orde komt, in tegenstelling tot bij havo A.

Tabel 8 Concepten uit de syllabus havo wiskunde A en vwo wiskunde C

		havo A	vwo C
Functies/verbanden	variabele	X	X
	absoluut, relatief	X	X
	karakteristieke eigenschappen van		
	maximum(waarde)	X	X
	minimum(waarde)	X	X
	(constant, toenemend of afnemend) stijgen	X	X
	(constant, toenemend of afnemend) dalen	X	X
	karakteristieke eigenschappen van		
	snijpunt(en) met x-as en y-as	X	X
	top		X
	asymptotisch gedrag	X ⁵	X ⁵
	standaardfuncties	X	
	lineaire (of eerstegraads)functies	X	X
	richtingscoëfficiënt	X	X
	kwadratische (of tweedegraads)functies		X
	machtsfuncties		X
	exponentiële functies	X	X
	grondtal	X	X
	exponent	X	X
	beginwaarde	X	X
	groefactor	X	X
	groeipercentage	X	X
	halveringstijd	X	X
	verdubbelingstijd	X	X
	logaritmische functies		X
	logaritme		X
	logaritmische schaalverdeling	X	X
	goniometrische functies		
	periodiek verschijnsel	X	X
	periode		X
	amplitude		X
	evenwichtsstand		X
	vergelijkingen en ongelijkheden	X	X
	lineaire of eerstegraadsvergelijking	X	X
	(lineair) interpoleren en extrapoleren	X	X
	trend		X
	somfunctie		X⁶
	verschilfunctie		X⁶
	productfunctie		X⁶
	quotiëntfunctie		X⁶
samengestelde functie, ketting van functies		X⁶	
evenredigheidsverbanden	X	X	
(recht) evenredig	X	X	
omgekeerd evenredig	X	X	

⁵ Termen hoeven niet gekend te worden, wel de bijbehorende activiteiten.

⁶ alleen de sinusfunctie

		havo A	vwo C
Meetkunde Veranderingen	vergelijking van een lijn	X	X
	interval		X
	gemiddelde verandering		X
	helling		X
	rijen, inclusief notaties		X
	directe formule		X
	recursieve formule		X
Logisch redeneren	Venn-diagram		X
	nodige, voldoende waarde		X
	contradictie		X
	paradox		X
	als-dan-redenering		X
	hieruit-volgt-conclusie		X
	tegenvoorbeeld		
Vorm en Ruimte	Meetkunde: aanzicht		X
	perspectieftekening		X
	eenpuntperspectief		X
	tweepuntperspectief		X
	horizon		X
	verdwijnpunt		X
	oogpunt		X
	vergrotingsfactor		X
	afstand		X
	regelmatige veelhoek		X
	stelling van Pythagoras		X
	gelijkvormigheid		X
	symmetrie		X
	gulden snede		X

Het programma van vwo wiskunde C vertoont voor een deel grote gelijkenis met het programma van havo wiskunde A. Er zijn op vwo wiskunde C twee domeinen die niet in het programma van havo wiskunde A voorkomen, namelijk domein F Logisch redeneren en domein G Vorm en Ruimte.

Tijdsinschatting door docenten

Net als voor de overstap van havo wiskunde A naar vwo wiskunde A is er door een groep van vijf wiskundedocenten gekeken naar de syllabi om een tijdsinschatting te doen van de hoeveelheid tijd die nodig is om de extra stof eigen te maken. Omdat differentiëren ook nog steeds een onderdeel vormt van vwo wiskunde C, en verder andere vaardigheden worden gevraagd zoals logisch redeneren, recursieve vergelijkingen en meetkunde, betekent het verschil tussen havo wiskunde A en vwo wiskunde C een redelijk forse tijdsinvestering. De tijdsinvestering om van havo wiskunde A naar vwo wiskunde C te komen wordt door docenten als kleiner ingeschat dan die van havo wiskunde A naar vwo wiskunde A. De reden hiervoor is dat de complexiteit en toepassingen van het onderwerp differentiëren bij vwo wiskunde C minder groot zijn dan bij havo wiskunde A.

Concept examenprogramma's 2014

Naast de eigen inschatting van de docenten kan er worden gekeken naar het Concept examenprogramma's 2014 (cTWO, 2009). In onderstaand schema zijn de domeinen en de bijbehorende studielasturen (slu) weergegeven. In de kolom SE is aangegeven welke (sub)

domeinen in elk geval op het schoolexamen getoetst moeten worden. De gemarkeerde (sub) domeinen horen niet bij het centraal examen. De termen die in de syllabi worden gebruikt bij havo en vwo zijn niet overal gelijk. De opvallendste verschillen tussen de domeinen worden na de tabel verder toegelicht.

Tabel 9 Tijdsinvestering havo wiskunde A en vwo wiskunde A (2014)

Studielast 4 + 5 havo wiskunde A			Studielast 4 + 5 + 6 vwo wiskunde C		
Domein	slu	SE	Domein	slu	SE
A: Vaardigheden	-	x	A: Vaardigheden	-	x
B: Algebra en tellen	80		B: Algebra en tellen	60	
B1: Rekenen			B1: Rekenen en algebra		
B2: Algebra			B2: Telproblemen		
B3: Telproblemen		x			
C: Verbanden	100		C: Verbanden	80	
C1: Tabellen					
C2: Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden					
C3: Formules met één of meer variabelen					
C4: Lineaire verbanden					
C5: Exponentiële verbanden					
D: Verandering	40	x	D: Verandering	60	
E: Statistiek	100		E: Statistiek en Kansrekening	160	x
E1: Presentaties van data interpreteren en beoordelen			E1: Probleemstelling en onderzoeksontwerp		
E2: Data verwerken			E2: Visualisatie van data		
E3: Data en verdelingen			E3: Kwantificering		
E4: Statistische uitspraken doen			E4: Kansbegrip		
E5: Statistiek met ICT			E5: Kansverdelingen		
			E7: Statistiek met ICT		
			F: Logisch redeneren	40	x
			G: Vorm en Ruimte	40	
			H: Keuzeonderwerpen	40	
Totaal	320		Totaal	480	

De grootste verschillen tussen de twee examenprogramma's zijn:

1. In het domein Verbanden wordt bij havo wiskunde A met formules van verbanden gewerkt. Bij vwo wiskunde C wordt het formelere begrip 'functie' ingevoerd. Onderwerpen die niet op havo worden behandeld, zijn machtsfuncties, logaritmische functies en het combineren van functies.
2. In het domein Verandering wordt bij havo wiskunde A het begrip gemiddelde verandering behandeld. Bij vwo wiskunde C wordt dit domein uitgebreid met het begrip Rijen, een introductie in de discrete wiskunde.
3. Het domein Statistiek en Kansrekening wordt bij vwo wiskunde C uitgebreid met het onderwerp Kansrekening. In tegenstelling tot bij havo wiskunde A wordt dit domein niet centraal getoetst.
4. Bij vwo wiskunde C worden de domeinen Vorm en Ruimte en Logisch redeneren behandeld.

5. Op vwo wordt aandacht besteed aan een of meer Keuzeonderwerpen. De onderwerpen hiervan, vaak wiskundige domeinen die niet in het examenprogramma zitten of een verdieping van een domein uit het examenprogramma, worden door de docent gekozen.

Op basis van het Concept examenprogramma's 2014 (cTWO, 2009) en de ureninschatting door docenten kan worden geconcludeerd dat van een havo-leerling een forse tijdsinvestering wordt gevraagd van ongeveer 150-160 uur.

4.1.3.3 Van havo wiskunde B naar vwo wiskunde B

In dit hoofdstuk wordt bekeken of een havo-leerling wiskunde B het examen vwo wiskunde B zou kunnen doen. Het programma van vwo wiskunde B is een verdieping en een verbreding van het programma van havo wiskunde B. Zowel op havo als op vwo wordt de stof geheel getoetst op het centraal examen, op het domein Keuzeonderwerpen van vwo na.

De tabel hieronder, met gegevens uit de syllabi, geeft een gedetailleerder beeld van de overeenkomsten en verschillen tussen havo wiskunde B en vwo wiskunde B in het centraal examen. De verschillen tussen havo en vwo met betrekking tot andere concepten zijn gemarkeerd.

Tabel 10 Concepten uit de syllabus havo wiskunde B en vwo wiskunde B

		havo B	vwo B	
Functies/verbanden	variabele	X	X	
	grootte, eenheid	X	X	
	karakteristieke eigenschappen van een	X	X	
	domein	X	X	
	bereik	X	X	
	nulpunt	X	X	
	extreem, extreme waarde	X	X	
	maximum(waarde)	X	X	
	minimum(waarde)	X	X	
	(constant, toenemend of afnemend) stijgen	X	X	
	(constant, toenemend of afnemend) dalen	X	X	
	karakteristieke eigenschappen van (een)	X	X	
	snijpunt(en) met x-as en y-as	X	X	
	top	X	X	
	buigpunt			X
	randpunt	X	X	
	symmetrie	X	X	
	asymptotisch gedrag	X	X	
	verticale en horizontale asymptoot	X	X ⁷	
	scheve asymptoot			X⁷
	standaardfuncties	X	X	
	lineaire (of eerstegraads)functies	X	X	
	richtingscoëfficiënt	X	X	
	kwadratische (of tweedegraads)functies	X	X	
	parabool	X	X	
	machtsfuncties	X	X	
	wortelfuncties	X	X	
	exponentiële functies	X	X	
	grondtal	X	X	
	exponent	X	X	
	beginwaarde	X	X	
	groefactor	X	X	
	groeipercentage	X	X	
	halveringstijd	X	X	
	verdubbelingstijd	X	X	
	logaritmische functies	X	X	
	logaritme	X	X	
	natuurlijke logaritme			X
	goniometrische functies	X	X	
	sinusoid	X	X	
	radiaal	X	X	
	periodiek verschijnsel	X	X	
	periode	X	X	
	frequentie			X
	trillingstijd			X
	amplitude	X	X	
	evenwichtsstand	X	X	
	sinusmodel			X
	harmonische trilling			X
	som-, verschil- en verdubbelingsformules			X
	gebroken lineaire functies	X		
	hyperbool	X		
	absolute-waarde-functies			X
	vergelijkingen en ongelijkheden	X	X	
lineaire of eerstegraadsvergelijking	X	X		
kwadratische of tweedegraadsvergelijking	X	X		

⁷ alleen de sinusfunctie

		havo B	vwo B
	abc-formule	X	X
	somfunctie	X	X
	verschilfunctie	X	X
	productfunctie		X
	quotiëntfunctie		X
	samengestelde functie, ketting van functies	X	X
	inverse functie	X ⁸	X
	transformaties	X	X
	translatie	X	X
	verschuiving	X	X
	vermenigvuldiging t.o.v. x-as of y as	X	X
	evenredigheidsverbanden	X	X
	recht evenredig, evenredig	X	X
	omgekeerd evenredig	X	X
	evenredig met een macht	X	X
	evenredigheidsconstante	X	X
	limieten		X
	linker- en rechterlimiet		X
	perforatie		X
	parameter	X	X
Meetkunde	afstand	X	X
Veranderingen	omgeschreven cirkel		X
	stelling van Pythagoras	X	X
	gelijkvormigheid	X	X
	goniometrische verhoudingen	X	X
	sinusregel en cosinusregel	X	X
	vergelijking van een lijn	X	X
	vergelijking van een cirkel	X	X
	stelsel van vergelijkingen	X	X
	strijdig stelsel		X
	afhankelijk stelsel		X
	parametervoorstelling van een lijn		X
	parametervoorstelling van een cirkel		X
	vector		X
	lengte, richtingshoek, kentallen, componenten van een vector		X
	inproduct van twee vectoren		X
	vectorvoorstelling van een lijn, steunvector, richtingsvector		X
	zwaartepunt		X
	middelloodlijn		X
	bissectrice (deellijn)		X
Veranderingen	interval	X	X
	intervalnotaties	X	X
	de Δ -notatie voor een differentie	X	X
	differentiequotiënt	X	X
	gemiddelde verandering	X	
	toenamediaagram	X	
	helling	X	X
	steilheid	X	X
Differentiaal- en integraalrekening	afgeleide (functie), inclusief notaties	X	X
	tweede afgeleide, inclusief notaties		X
	somregel en verschilregel	X	X
	productregel		X
	quotiëntregel		X
	kettingregel	X	X
	raaklijn	X	X
	integraal, integrand, primitieve		X
	omwentelingslichaam		X
	(baan)snelheid, (baan)versnelling		X

⁸ Termen hoeven niet gekend te worden, wel de bijbehorende activiteiten.

De blauw gekleurde regels geven de concepten weer die op vwo centraal geëxamineerd worden maar niet op havo. De roze gekleurde regels geven begrippen weer die niet expliciet op vwo gevraagd worden, maar wel op havo.

Tijdsinschatting door docenten

Een aantal wiskundedocenten heeft ook hier gekeken naar de extra tijdsinvestering. Hier hebben de docenten vooral gekeken naar de extra concepten op vwo en de tijdsinvestering voor de overlappende concepten. De gevraagde groep docenten geeft aan, indien een havoleerling bijvoorbeeld in klas 4 al weet examen te willen doen op een hoger niveau, dat de overlappende concepten een matige tijdsinvestering vergen van de havoleerling.

Van de nieuwe concepten zijn sommige concepten snel op te pakken, zoals het buigpunt of de scheve asymptoot. In de meetkunde staat de omgeschreven cirkel bijvoorbeeld als extra punt bij vwo, maar dit wordt veelal in de onderbouw onderwezen, waardoor dit voor de havoleerling een kwestie van herhalen is. De natuurlijke logaritmen (bij functies en verbanden) en de limieten worden over het algemeen door vwo-leerlingen als lastig ervaren, waardoor de verwachting is dat dit voor havoleerlingen ook het geval zal zijn. De verdubbelingsformules en absolute-waarde-functies lijken als extra concepten (met betrekking tot de hoeveelheid) relatief snel door de leerling opgepakt te kunnen worden. Echter, in de praktijk worden deze concepten als lastig ervaren en dus vergt het meer tijd om ze te beheersen. Bij het onderdeel Meetkunde vormen de strijdige stelsels, vectoren en parameterstellingen lastige onderdelen waarvoor veel tijd nodig is om dit aan te leren. Bij het onderdeel Differentiaal- en integraalrekening zijn de extra differentieerregels lastig, maar zullen vooral de integraal en de primitieve inclusief de bewegingsvergelijkingen wederom een tijdrovende klus voor leerlingen zijn om goed te beheersen.

Samengevat geven de docenten aan dat alle extra tijd hoofdzakelijk gaat zitten in de concepten die wel op vwo maar niet op havo worden aangeboden. Ze maken de inschatting dat het hier om de hele stof voor klas 6 vwo gaat en een gedeelte van klas 5 vwo. Omdat de onderwerpen dusdanig anders zijn (zoals de integraal, vectoren en bewegingsvergelijkingen), wordt de inschatting gemaakt dat de tijd die gegeven is vanuit het Concept examenprogramma's 2014 (cTWO, 2009) ook echt nodig is om de stof te beheersen.

Concept examenprogramma's 2014

In onderstaande tabel staan de tijdsinvesteringen die in het Concept examenprogramma's 2014 zijn terug te vinden. De domeinen en de bijbehorende studielasturen (slu) zijn weergegeven. In de kolom SE is aangegeven welke (sub)domeinen in elk geval op het schoolexamen getoetst moeten worden. De gemarkeerde (sub)domeinen horen niet bij het centraal examen.

Tabel 11 Tijdsinvestering havo wiskunde B en vwo wiskunde B (2014)

Studielast 4 + 5 havo wiskunde B			Studielast 4 + 5 + 6 vwo wiskunde B		
Domein	slu	SE	Domein	slu	SE
A: Vaardigheden	-	x	A: Vaardigheden	-	x
B: Functies, grafieken en vergelijkingen	120		B: Functies, grafieken en vergelijkingen	180	
B1: Standaardfuncties			B1: Formules en functies		
B2: Vergelijkingen en ongelijkheden			B2: Standaardfuncties		
B3: Evenredigheidsverbanden			B3: Functies en grafieken		
B4: Periodieke functies			B4: Inverse functies		
			B5: Vergelijkingen en ongelijkheden		
			B6: Asymptoten en limietgedrag van functies		
C: Meetkundige berekeningen	120		C: Differentiaal- en integraalrekening	130	
C1: Afstanden en hoeken in concrete situaties			C1: Afgeleide functies		
C2: Algebraïsche methoden			C2: Technieken voor differentiëren		
			C3: Integraalrekening		
D: Toegepaste analyse	120	x	D: Goniometrische functies	80	
D1: Veranderingen		x			
D2: Afgeleide functies		x			
D3: Bepaling afgeleide functies		x			
D4: Toepassing afgeleide functies		x			
			E: Meetkunde met coördinaten	170	
			E1: Meetkundige vaardigheden		x
			E2: Algebraïsche methoden in de vlakke meetkunde		
			E3: Vectoren en inproduct		
			E4: Toepassingen		
			F: Keuzeonderwerpen	40	x
Totaal	320		Totaal	480	

Hieronder staat per domein aangegeven wat de grootste verschillen zijn tussen havo wiskunde B en vwo wiskunde B:

1. In het domein Functies, grafieken en vergelijkingen worden bij vwo wiskunde B de begrippen inverse functie, scheve asymptoot en buigpunt geïntroduceerd evenals werken met de absolute-waardefunctie en limietberekening. De exponentiële en logaritmische functies worden uitgebreid met het getal e .
2. Het domein Goniometrische functies bij vwo wiskunde B is een uitbreiding van subdomein B4 Periodieke functies van havo wiskunde B, waarin het werken met de tangens als functie wordt toegevoegd en de begrippen frequentie en trillingstijd worden geïntroduceerd. Formule-relaties tussen de sinus, cosinus en tangens worden behandeld en er moet gewerkt kunnen worden met de som-, verschil- en verdubbelingsformules. Deze laatste staan op het bijgeleverde formuleblad voor het centraal examen vwo.
3. Domein Meetkunde met coördinaten bij vwo wiskunde B is een uitbreiding van domein C Meetkundige berekeningen van havo wiskunde B. In het vwo-domein wordt de analytische meetkunde vergroot door het werken met vectoren, inproducten en parametervoorstellingen van lijnen en cirkels. De begrippen strijdig en afhankelijk stelsel worden geïntroduceerd en in het oplossen van meetkundige problemen kan een beroep worden gedaan op een zelfgekozen coördinatenstelsel.

4. Het domein Differentiaal- en integraalrekening bij vwo wiskunde B is een uitbreiding op het geleerde uit domein D Toegepaste analyse van havo wiskunde B, waarvoor de tweede afgeleide en integralen worden geïntroduceerd. Anders dan bij havo B is er weinig ruimte voor toename diagrammen en gemiddelde verandering. De afgeleide functies worden uitgebreid tot de standaardfuncties van vwo wiskunde B. Bij het differentiëren wordt het gebruik van de kettingregel niet meer beperkt en worden de product- en quotiëntregel toegevoegd.
6. Op vwo wordt aandacht besteed aan een of meer Keuzeonderwerpen. De onderwerpen hiervan, vaak wiskundige domeinen die niet in het examenprogramma zitten of een verdieping van een domein uit het examenprogramma, worden door de docent gekozen.

Op basis van het Concept examenprogramma's 2014, (cTWO, 2009) en de ureninschatting door docenten kan worden geconcludeerd dat van een havoleerling een forse tijdsinvestering wordt gevraagd van ongeveer 240 uur. De docenten geven aan dat zij niet inzien hoe een havoleerling deze extra investering kan doen om examen te doen op vwo-niveau.

4.2 Tijdsinvestering

De analyses van de syllabi, examenprogramma's en exameneisen zijn gericht op de inhoudelijke verschillen met betrekking tot het aantal concepten en de moeilijkheid bij overlappende concepten. Om een advies te kunnen formuleren of het voor leerlingen haalbaar is om in de onderzochte vakken examen te kunnen doen op een hoger niveau, zullen deze analyses vertaald worden naar een concrete tijdsinvestering voor de leerling. Als de extra tijdsinvestering fors is, dan is de hypothese dat leerlingen niet zo snel zullen kiezen om examen te doen op een hoger niveau.

Het onderzoek naar deze extra tijdsinvestering is gedaan door de toetsdeskundigen in samenspraak met constructeurs en/of enkele vakdocenten uit het veld. In de analyse is de tijdsinvestering telkens voorzien van een normatief etiket zoals een matige inspanning of een forse inspanning. Soms zijn er veel concepten die bestudeerd moeten worden en soms weinig. De inspanning die gevraagd wordt, is daarom vertaald naar een concreet aantal uren dat een leerling naar verwachting nodig zal hebben om de stof door te nemen, te begrijpen en te beheersen. We maken geen onderscheid tussen vaklessen of zelfstudie. Deze uren zijn enigszins arbitrair, het is immers een inschatting. Uiteraard zijn er leerlingen die het in veel minder tijd kunnen, maar ook leerlingen die veel meer tijd nodig zullen hebben.

Flexibel examineren, met name het examen doen in een vak op een hoger niveau, is een mooi streven om de kwaliteiten van leerlingen optimaal te benutten. Uit dit onderzoek blijkt dat voor het vak wiskunde een forse tijdsinvestering wordt gevraagd van leerlingen als ze examen willen doen op een hoger niveau. De conclusies met betrekking tot de tijdsinvestering zijn als volgt:

1. vmbo-bb en vmbo-kb

Het is voor vmbo-bb- en vmbo-kb-leerlingen goed mogelijk om het examen wiskunde op een hoger niveau te doen. De examenstof staat in één syllabus voor alle vmbo-niveaus bij elkaar, zodat duidelijk is wat de uitbreiding is bij wiskunde op een hoger niveau. Docenten op het vmbo kennen de stof van de verschillende vmbo-niveaus en ze kunnen in de eigen lessen leerlingen begeleiden die examen willen doen op het hogere niveau. De methodeboeken voorzien in de behoefte om gedifferentieerd te werken in 'dakpan'-klassen.

Vooral tussen vmbo-kb en vmbo-gt zijn geen grote verschillen in het examenprogramma. Ondanks dat er geen grote verschillen tussen deze niveaus zijn, is het aantal leerlingen dat examen doet op een hoger niveau klein.

2. vmbo-gt → havo

Op basis van deze analyse lijkt het een lastige zaak voor leerlingen in klas 4 vmbo-gt om het examen in havo wiskunde (A of B) te doen. De eindtermen van het examen vmbo-gt wiskunde zijn (uit eerder onderzoek, SEO 2019) nog niet voldoende om te kunnen starten met het programma van klas 4 havo wiskunde. De extra tijdsinvestering die van leerlingen wordt gevraagd is naar schatting 160-180 uur, gegeven een begeleiding van een vakbekwame bijlesdocent. In de praktijk is dit gat te groot voor leerlingen om zelfstandig te overbruggen.

3. havo wiskunde A → vwo wiskunde A of C

Uit alle analyses blijkt dat de verschillen in studielasturen tussen havo en vwo ook daadwerkelijk nodig zijn om de inhoudelijke verschillen te overbruggen. Om examen te doen voor wiskunde A (en iets mindere mate voor wiskunde C) zal een havoleerling vooral de nieuwe concepten (zoals differentiëren) zelfstandig moeten doornemen. Op vwo beslaat dit iets meer dan een jaar extra stof, dus wordt een inschatting gemaakt van ongeveer 150-200 uur extra studietijd. Dit is een forse tijdsinvestering voor een havoleerling. Het is daarom veelgevraagd van een havoleerling om examen wiskunde te doen op vwo-niveau.

4. havo wiskunde B → vwo wiskunde B

Uit de analyses blijkt dat de verschillen in studielasturen tussen havo en vwo ook daadwerkelijk nodig zijn om de inhoudelijke verschillen te overbruggen. Het gaat hierbij vooral om de nieuwe concepten (differentiaalrekening, integreren, limieten) die veel tijd kosten. Voor een havoleerling betekent dit een forse investering van ongeveer 240 uur extra studietijd, waardoor het praktisch niet haalbaar lijkt om dit zelfstandig of met bijles te kunnen doen.

Opvallend is dat de tijdsinvestering vrij groot is, zowel voor een vmbo-leerling die examen wil doen op havoniveau als voor een havoleerling die examen wil doen op vwo-niveau. Voor de meeste leerlingen zal het niet haalbaar zijn om het gehele programma zelfstandig of met steunlessen door te werken. Hierdoor lijkt het in de meeste gevallen voor leerlingen niet haalbaar om deze extra tijd te investeren naast hun reguliere schoolwerk.

4.3 Deelconclusie

Uit de analyse van het vak wiskunde komt naar voren dat overlappende concepten vaak abstracter en rekenkundiger worden getoetst naarmate het niveau toeneemt. Daarnaast worden er meer concepten getoetst. Uit de analyses volgt dat naarmate het niveau hoger is, er meer kennis en vaardigheden worden verwacht van de leerling. Daarnaast zijn de syllabi van enerzijds vmbo en anderzijds havo en vwo niet op elkaar afgestemd. Naar verwachting is het examen doen op een hoger niveau binnen het vmbo – vanwege de beperkte extra tijd die van een leerling wordt gevraagd – goed te doen. De overstap van vmbo-gt naar havo en de overstap van havo naar vwo zijn fors.

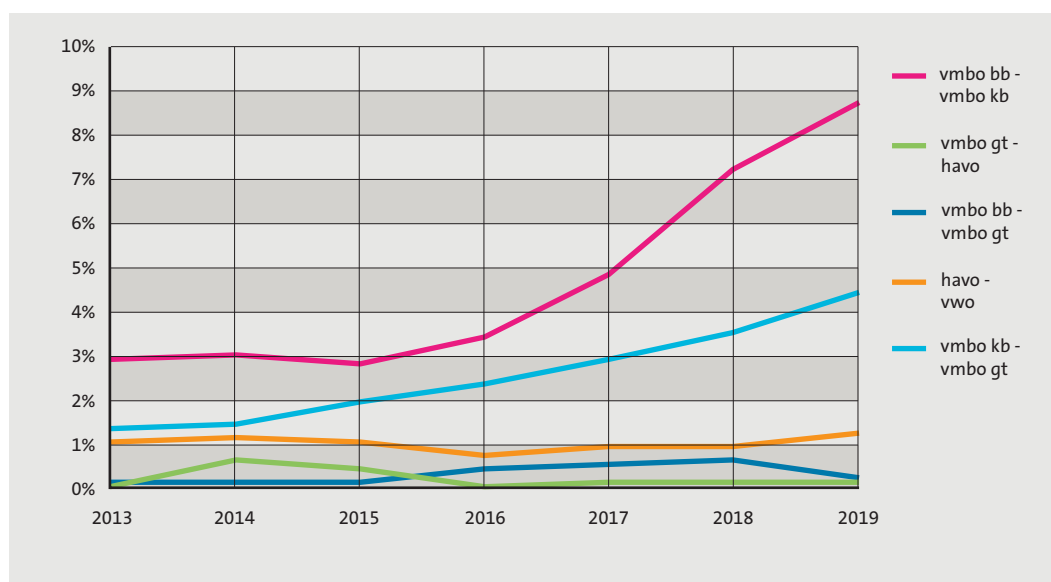
5 Conclusie

5 Conclusie

In het voortgezet onderwijs mogen leerlingen in een of meerdere vakken examens op een hoger niveau afleggen. Bij een voldoende resultaat op het eindexamen krijgen de leerlingen een vermelding op het diploma. Sinds het schooljaar 2017-2018 kunnen leerlingen bij een onvoldoende resultaat gebruikmaken van een terugvaloptie in het tweede tijdvak.

Uit de examenmonitor 2019 (DUO, 2020) blijkt dat in de praktijk maar weinig leerlingen examens doen op een hoger niveau (zie figuur 5). Binnen het vmbo komt flexibel examineren het meest voor in de leerwegen bb en kb: in 2019 deed 8,7% van de vmbo-bb-leerlingen examens in een of meerdere vakken op vmbo-kb-niveau. Slechts 0,10% van de vmbo-gt-leerlingen deed een examen op havoniveau en 1,2% van de havoleerlingen sloot voor een of meer vakken examens af op vwo-niveau.

Figuur 5 Percentage leerlingen dat examens doet in een of meerdere vakken op een hoger niveau



Bron: DUO examenmonitor 2019 (2020).

Uit eerder onderzoek komen praktische belemmeringen op organisatorisch vlak naar voren. Te denken valt aan problemen met roostering, het verschil in cursusduur tussen de niveaus en het categorale karakter van veel scholen (Josic, 2016; De Weerd et al., 2019; SEO, 2020).

Om in kaart te brengen hoe het examensysteem in de toekomst flexibeler gemaakt kan worden, onderzocht Stichting Cito wat de inhoudelijke belemmeringen voor leerlingen kunnen zijn om voor wiskunde examens te doen op een hoger niveau. Hiervoor werden de examensyllabi voor vmbo, havo en vwo met elkaar vergeleken. Uit die analyses ontstaat een beeld van de investering die van een leerling gevraagd wordt om zich de extra vakinhoud eigen te maken. Aan de hand van inschattingen van docenten is een globale indicatie gegeven van die tijdsinvestering.

Voor wiskunde is geconstateerd dat de complexiteit van concepten toeneemt en dat dit van leerlingen een forse extra tijdsinvestering vraagt om op een hoger niveau examens te kunnen doen. Daarnaast is uit de analyses naar voren gekomen dat de syllabi van enerzijds vmbo en anderzijds havo en vwo niet op elkaar zijn afgestemd. Docenten schatten in dat het hierdoor niet haalbaar is om examens te doen op een hoger niveau. Dit onderzoek sluit daarmee aan op de conclusie uit de examenmonitor van DUO (2019), waaruit blijkt dat leerlingen wiskunde er niet voor kiezen om examens te doen op een hoger niveau.

6 Aanbevelingen en discussie

6 Aanbevelingen en discussie

Om de opties van flexibel examineren zo volledig mogelijk te kunnen benutten, is afstemming tussen de examenprogramma's van de verschillende niveaus nodig. Indien dit wordt gerealiseerd, zullen vakinhoudelijke verschillen tussen de leerniveaus verkleind worden, waardoor leerlingen in staat zijn om die extra inspanning te doen.

Een mogelijk verlies van de eigen identiteit van de verschillende leerniveaus kan hiervan een nadeel zijn. Daarnaast is het de vraag hoe de vakinhoudelijke verschillen en de verschillen in abstractieniveau en vaardigheden tussen de leerniveaus zouden moeten convergeren. Het kan betekenen dat het vmbo fors abstracter (en daarmee lastiger) wordt, of dat het vwo fors minder abstract (en daarmee makkelijker) wordt.

Stichting Cito laat in dit onderzoek zien dat voor het vak wiskunde de verschillen tussen de leerniveaus groot zijn en dat hierdoor een forse extra tijdinvestering van een leerling wordt gevraagd als deze het wiskunde examen op een hoger niveau wil doen.

Als het voor een leerling niet haalbaar is om het hele examen voor een vak op een hoger niveau af te leggen, kan ook gekeken worden of de leerling een gedeelte van het vak op een hoger niveau zou kunnen doen. Een leerling kan dit uit interesse in het vak doen, als voorbereiding op de vervolgopleiding, maar het kan ook voordelig zijn voor een leerling die later wil opstromen. In de programma's van de verschillende vakken wiskunde voor havo en vwo bevinden zich domeinen die interessant kunnen zijn om als extra onderwerp te kiezen naast het 'eigen' wiskundevak. Te denken valt aan statistiek en kansrekening, (ruimte)meetkunde, dynamische systemen, complexe getallen, logisch redeneren en vorm & ruimte. Hieronder wordt een aantal mogelijkheden geschetst om één of meer deelonderwerpen van de wiskunde op een hoger niveau af te sluiten.

Een aantal van de genoemde onderwerpen zit op dit moment in het examenprogramma van het vak wiskunde D. Dit vak kan op havo en vwo door de school worden aangeboden als keuzevak. Dit vak wordt afgesloten met een schoolexamen en heeft geen centraal examen. Het vak wiskunde D wordt niet op alle scholen aangeboden, maar wordt wel online aangeboden (Wiskunde D Online, 2020). Aangezien het vak wiskunde D modulair is opgebouwd, zou een examenkandidaat één of meer domeinen uit dit programma kunnen kiezen, desgewenst op een hoger (of lager) niveau.

Het vak wiskunde D mag uitsluitend worden gekozen door leerlingen die ook wiskunde B hebben gekozen. In de syllabi van havo en vwo wiskunde D zijn geen schattingen vermeld van de studielast per domein (CvTE, Examenprogramma wiskunde D havo, 2020) en (CvTE, Examenprogramma wiskunde D vwo, 2020). Enig houvast is te vinden in de Concept examenprogramma's 2014 (cTWO, 2009). In onderstaand schema zijn de domeinen en de bijbehorende studielasturen (slu) weergegeven.

Tabel 12 Tijdsinvestering havo wiskunde D en vwo wiskunde D (2014)

Studielast 4 + 5 havo wiskunde D		Studielast 4 + 5 + 6 vwo wiskunde D	
Domein	slu	Domein	slu
A: Vaardigheden	-	A: Vaardigheden	-
B: Statistiek en kansrekening	120	B: Statistiek en kansrekening	160
B1: Visualisatie en interpretatie van data		B1: Combinatoriek	
B2: Combinatoriek		B2: Kansrekening	
B3: Kansbegrip		B3: Toevalsvariabelen	
B4: Kansverdelingen		B4: Kansverdelingen	
B5: Toepassingen van statistische verwerkingsmethoden		B5: Het toetsen van hypothesen	
B6: Profielspecifieke verdieping		B6: Correlatie en regressie	
C: Toegepaste analyse 2	80	C: Dynamische systemen 1	80
C1: Samengestelde functies		C1: Discrete dynamische systemen	
C2: Exponentiële en logaritmische functies		C2: Continue dynamische systemen	
C3: Periodieke verschijnselen en harmonische trillingen		C3: Toepassingen van discrete en continue dynamische systemen	
C4: Profielspecifieke verdieping			
D: Ruimte meetkunde	80	D: Meetkunde	80
D1: Oppervlakte en inhoud		D1: Analytische en synthetische methoden	
D2: Fragmenttekeningen van ruimtelijke objecten		D2: Kegelsneden: synthetisch en in coördinaten	
D3: Onderlinge ligging van punten, lijnen, vlakken in concrete situaties		D3: De ruimte	
D4: Coördinaten en vectoren		D4: Toepassingen en ICT	
E: Wiskunde in technologie	80	E: Complexe getallen	40*
		E1: Basisoperaties	
		E2: Profielspecifieke verdieping	
F: Keuzeonderwerpen	40	F: Dynamische systemen 2	40*
		G: Wiskunde in wetenschap	80*
		H: Keuzeonderwerpen	40
Totaal	320	Totaal	440

* In het examen vwo wiskunde D

NLT

Het vak NLT – Natuur, Leven en Techniek – (Vereniging NLT, 2020) kan ook door de school worden aangeboden als keuzevak op havo en vwo. Dit vak, dat ook geen centraal examen heeft, bestaat uit een aantal modules, elk met een studielast van ongeveer 40 uur. De docent kan een keuze maken uit een ruim aanbod van 70 modules die door docenten zijn ontwikkeld en te vinden zijn op de site van SLO (SLO, 2020). Afhankelijk van de invulling die de school aan het vak NLT geeft, zijn er ruime mogelijkheden voor een leerling om één of meer modules met een (toegepast) wiskundige component te kiezen.

Examen doen in een bepaalde module of domein kan leerlingen een voordeel bieden. Ze benutten hun sterke punten, en kunnen domeinen kiezen waar ze een voordeel mee behalen in het vervolgonderwijs. Voor dit onderzoek gaat het momenteel te ver om hier al uitspraken over te doen welke modules voor welke niveaus aantrekkelijk zijn, maar deze optie heeft een zekere potentie.



7 Bibliografie

7 Bibliografie

Brekelmans, J. Fleur, E., Beliaeva, T. van Toly, R. (2017). *Maatwerkdiploma's in het voortgezet onderwijs en doorstroom naar vervolgonderwijs*. 's-Hertogenbosch: Expertisecentrum Beroepsonderwijs

Bussink, H., Graaf, D. d., Bremer, B., Exalto, R., Jong, A. d., & Klein, T. (2019). *Programmatische aansluiting vmbo-havo*. SEO Economisch Onderzoek.

CPB (2022), Stapelen in het voortgezet onderwijs, 15 februari 2022, <https://www.cpb.nl/stapelen-in-het-voortgezet-onderwijs#docid-160784>

ctWO. (2009). *Experimentele examenprogramma's 2014*. Opgehaald van <http://www.fisme.science.uu.nl/ctwo/publicaties/docs/2009-02-20ConceptExamenprogrammasWiskunde2014.pdf>

CvTE. (2020, november 17). *Examenprogramma wiskunde D havo*. Opgehaald van Examenblad.nl: https://www.examenblad.nl/examenstof/wiskunde-d-havo-gewijzigd/2022/havo/f=/examenprogramma_wiskunde_d_havo.pdf

CvTE. (2020, november 17). *Examenprogramma wiskunde D vwo*. Opgehaald van Examenblad.nl: https://www.examenblad.nl/examenstof/wiskunde-d-vwo-gewijzigd/2022/vwo/f=/examenprogramma_wiskunde_dvwo.pdf

CvTE. (2020, november 5). *Wiskunde A HAVO Syllabus Centraal Examen 2022*. Opgehaald van Examenblad.nl: https://www.examenblad.nl/examenstof/syllabus-2022-wiskunde-a-havo/2022/havo/f=/wiskunde_a_havo_2_versie_2022.pdf

CvTE. (2020, november 5). *Wiskunde A VWO Syllabus Centraal Examen 2022*. Opgehaald van Examenblad.nl: https://www.examenblad.nl/examenstof/syllabus-2022-wiskunde-a-vwo/2022/vwo/f=/wiskunde_a_2_versie_vwo_2022.pdf

CvTE. (2020, november 5). *Wiskunde B HAVO Syllabus Centraal Examen 2022*. Opgehaald van Examenblad.nl: https://www.examenblad.nl/examenstof/syllabus-2022-wiskunde-b-havo/2022/havo/f=/wiskunde_b_havo_2_versie_2022.pdf

CvTE. (2020, november 5). *Wiskunde B VWO Syllabus Centraal Examen 2020*. Opgehaald van Examenblad.nl: https://www.examenblad.nl/examenstof/syllabus-2022-wiskunde-b-vwo/2022/vwo/f=/wiskunde_b_2_versie_vwo_2022.pdf

CvTE. (2020, november 5). *Wiskunde C VWO Syllabus Centraal Examen 2022*. Opgehaald van Examenblad.nl: https://www.examenblad.nl/examenstof/syllabus-2022-wiskunde-c-vwo/2022/vwo/f=/wiskunde_c_2_versie_vwo_2022.pdf

CvTE. (2020, november 5). *Wiskunde VMBO Syllabus Centraal Examen 2022*. Opgehaald van Examenblad.nl: https://www.examenblad.nl/examenstof/syllabus-wiskunde-vmbo-2022/2022/f=/wiskunde_vmbo_2022_versie_2.pdf

Doorewaard, H. &. (2015). *Het ontwerpen van een onderzoek*. Amsterdam: Boom Lemma uitgevers.

DUO examenmonitor (2018, 2019)

Groenendijk- Hendriks, M (2020), Scholen over maatwerkdiploma: 'We benadelen onze eigen studenten', Algemeen Dagblad van 19-03-2020.

Inspectie van het Onderwijs (2011), Staat van het onderwijs

Inspectie van het Onderwijs (2019), Staat van het onderwijs

Jolles, J. (2017) *Het tienerbrein*. Over de adolescent tussen biologie en omgeving. Amsterdam: AUP.

Josic A. (2016). Op weg naar maatwerk. bron: <https://www.laks.nl/wp-content/uploads/2018/09/Maatwerk-visiedocument-website-3-05.pdf>

Kamerstukken II 2018/2019, 35195, nr. 3, Memorie van Toelichting

Kamerstukken II 2011/12, 30 079, nr. 33

Kamerstukken II 2012/13, 30 079, nr. 38

Kamerstukken II, 2014/15, 30 079, nr. 62

Kamerstukken II 2016/17, 30 079, nr. 69

Kamerstukken II 2015/16, 31 332, nr. 53 en Kamerstukken II 2015/16, 31 289, nr. 307

Kamerstukken II 2016/17, 34 550 VIII, nr. 26

Kamerstukken II, 2016/17, 31 524, nr. 311

Kamerstukken II 2018/19, 31 289, nr. 392

Kamerstukken II 2015/16, 34 184, nr. 11

Kamerstukken II 2015/16, 34 184, nr. 17

Kamerstukken II 2015/16, 30 079, nr. 69

Koning, P. en K. Van der Wiel, 2013, Ranking the schools: how school-quality information affects school choice in the Netherlands, *Journal of the European Economic Association*, 11(2), 466-493

Naaijer, H. M., M. Spithoff, M. Osinga, N. Klitzing, H. Korpershoek en M.-C. Opendakker, 2016, De overgang van primair naar voortgezet onderwijs in internationaal perspectief: Een systematische overzichtsstudie van onderwijstransities in relatie tot kenmerken van verschillende Europese onderwijsstelsels. Groningen: GION onderwijs/onderzoek.

Oberon, 2018, Terecht overstaprecht: Doorstroom havo-vwo.

Onderwijsraad (2015). Maatwerk binnen wettelijke kaders: eindtoetsing als ijkpunt voor het funderend onderwijs. Onderwijsraad.

Parool (2009), Onderwijs stopt met flexibel examen, 10 november 2009.

Pater, de L. en Boer, de S. (2013), *Wiskunde tijdens de wiskundeles: differentiatie op het gebied van wiskunde bij het vak wiskunde*, Centrum voor Onderwijs en leren, Universiteit Utrecht

Regioplan Beleidsonderzoek (2012), Extra vakken en vakken op een hoger niveau in het voortgezet onderwijs.

Rijksoverheid (2017). Proef met recht op maatwerk op middelbare scholen. bron: <https://www.rijksoverheid.nl/actueel/nieuws/2017/04/06/proef-met-recht-op-maatwerk-op-middelbare-scholen>. G

Rijksoverheid (2019). Wanneer ben ik geslaagd voor het havo eindexamen? bron: <https://www.rijksoverheid.nl/onderwerpen/eindexamens/havo/eindexameneisen-havo>

SEO Economisch onderzoek (2020), VO-diploma met vakken van verschillend niveau, Amsterdam.

SLO (2015), Vak(ken) afronden op een hoger niveau, een praktische handreiking voor het vmbo. SLO, Enschede.

SLO. (2020, november 19). *Natuur, Leven en Techniek, NLT*. Opgehaald van Talentstimuleren.nl: <https://talentstimuleren.nl/onderwijs/havo-vwo/links/link/95-natuur-leven-en-techniek-nlt>

Studiekeuze123. (2020, november 24). *Van profiel naar studie*. Opgehaald van Studiekeuze123: <https://www.studiekeuze123.nl/van-profiel-naar-studie>

Sniekers, J. et al. (2012), Een havodiploma voor meer leerlingen: een studie naar een geïntegreerde leerroute vmbo tl-havo. SLO, Enschede.

Vereniging NLT, (2020, november 5). Opgehaald van <https://www.verenigingnlt.nl/>

VO-raad (2019), Herijking centraal examen. bron: <https://www.vo-raad.nl/themas/toetsen-examens/onderwerpen/flexibilisering-centraal-examen>

VO-raad (2019), 'Terugvaloptie' bij vakken op een hoger niveau. Utrecht.

De Weerd, M., Dekker, B., Van Bergen, K. (2019), Pilot Recht op maatwerk. Amsterdam: Regioplan.

Wiskunde D Online. (2020, november 5). Opgehaald van Open Universiteit: www.wiskundedonline.nl

Flexibel examineren bij wiskunde

Cito

Amsterdamseweg 13
Postbus 1034
6801 MG Arnhem
T (026) 352 11 11
klantenservice@cito.nl
www.cito.nl

Fotograaf: Gijs Versteeg
© Cito B.V. Arnhem (2022)